

К.А. ЦВЕТКОВ

ПРОСТЫЕ ВИДЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ СТЕРЖНЯ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ
ПОСОБИЕ К ВЫПОЛНЕНИЮ
РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ
РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ»

К.А.ЦВЕТКОВ

ПРОСТЫЕ ВИДЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ СТЕРЖНЯ

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ
РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ»**

*для студентов, обучающихся по направлению подготовки
01.03.04. Прикладная математика,
уровень образования – бакалавриат.*

УДК 539.3(075.8)

ББК 30.121я73-1

Ц27

ISBN 978-5-9908166-9-5

Ц27 К.А.Цветков Простые виды сопротивления стержня. Учебно-методическое пособие к выполнению расчётно-графической работы по дисциплине «Механика материалов». Учебное издание / Москва. ООО «Ваш формат». 2016. — 80 с.

Учебным планом подготовки бакалавров по направлению 01.03.04. «Прикладная математика», осуществляемой в НИУ МГСУ предусмотрено выполнение расчётной графической работы по теме: «Простые виды сопротивления стержня». Данная работа охватывает вопросы связанные с осевым растяжением (сжатием) и плоским прямым изгибом стержней.

Автором подготовлены и изданы отдельным изданием задания к выполнению расчётно-графической работы. Данное учебно-методическое пособие является продолжением предыдущего издания и содержит примеры и методические указания по выполнению работы.

Данное учебно-методическое пособие призвано не только помочь обучающимся в выполнении работы, но и нацелено на систематизацию знаний, создание прочных связей между теоретическим материалом и практическими навыками.

При подготовке издания был учтён богатый опыт кафедры «Сопротивления материалов» НИУ МГСУ по преподаванию дисциплин, посвящённых изучению различных разделов механики деформируемого твёрдого тела.

ISBN 978-5-9908166-5-7

УДК 539.3(075.8)

ББК 30.121я73-1



9 785990 816695

Содержание

Введение.....	4
Часть I. Осевое растяжение и сжатие стержня. Определение усилий, напряжений, деформаций и перемещений. Расчёты на прочность, устойчивость и жёсткость.....	5
Расчёт 1.1.....	5
Расчёт 1.2.....	15
Расчёт 1.3.....	21
Часть II. Плоский прямой изгиб стержня. Определение усилий, напряжений и перемещений. Расчёт на прочность и жёсткость.....	30
Расчёт 2.1.....	30
Расчёт 2.2.....	48
Расчёт 2.3.....	61
Приложения.....	83

ВВЕДЕНИЕ

Уважаемые студенты! Перед Вами учебно-методическое пособие, которое поможет Вам при выполнении расчётно-графической работы (ргр) по теме: «Простые виды сопротивления стержня».

При подготовке настоящего издания автор максимально стремился к тому, чтобы работа над ргр не превратилась в выполнение расчётов, что называется, «по аналогии» с примерами из данного пособия. Это сделало бы обучение бессмысленным.

Кроме того, мы не стали приводить здесь базовый теоретический материал, тем самым мотивируя Вас лишний раз обратиться к лекциям или учебнику. Мы также избегали использования частных формул и приёмов решения, стремясь сохранить связь между конкретными выполняемыми расчётами и общими сведениями из механики.

Хотели бы обратить Ваше внимание на несколько необычную манеру изложения материала. Непосредственно в расчётах приводятся различные сведения из теории, справочная информация, пояснения к расчёту и пр. Такую информацию ни в коем случае нельзя пропускать, т.к. она является определяющей для понимания принципов расчёта.

Желаем увлекательного изучения механики!

ЧАСТЬ I.

ОСЕВОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ СТЕРЖНЯ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ, НАПРЯЖЕНИЙ, ДЕФОРМАЦИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ. РАСЧЁТЫ НА ПРОЧНОСТЬ И УСТОЙЧИВОСТЬ.

Расчёт 1.1а.

Для стержневой системы, состоящей из абсолютно жёсткой балки АВ и поддерживающего её стального стержня (рис.1), требуется:

1. Из условия прочности подобрать сечение поддерживающего стержня;
2. Проверить жёсткость стержня, при условии, что предельно допустимое значение абсолютной деформации стержня $\Delta l_u = \frac{l}{500}$.

Исходные данные для расчёта:

-) конструкция узла сопряжения балки и поддерживающего стержня обеспечивает осевую передачу нагрузки от балки на стержень;

-) коэффициенты метода предельных состояний: коэффициент условий работы $\gamma_c = 0,9$, коэффициенты надёжности по нагрузке $\gamma_{f1} = 1,1$ – для сосредоточенной нагрузки и $\gamma_{f2} = 1,2$ – для распределённой нагрузки;

-) прочностные и деформативные характеристики материала стержня:

Расчётное сопротивление стали по пределу текучести $R = 210 \text{ МПа}$,

модуль упругости стали $E = 2,1 \times 10^5 \text{ МПа} = 2,1 \times 10^4 \text{ кН/см}^2$.

Выполним расчёт.

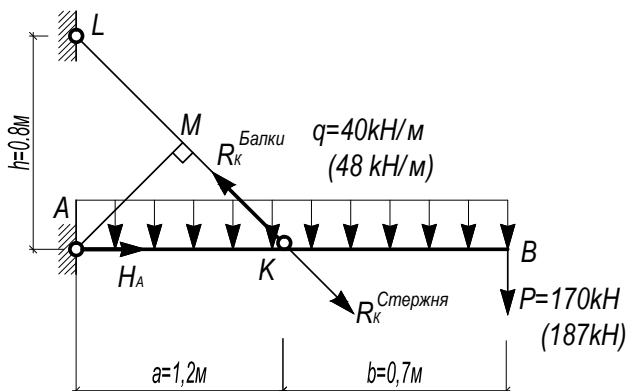


Рис.1 К расчёту 1.1а.

1. Требуется произвести расчёт на прочность стержня KL.

Определим, какой вид деформирования испытывает стержень, и действие какого усилия может вызвать его разрушение (потерю прочности).

Стержень KL поддерживает балку AB. Действие балки на стержень можно представить как действие на стержень силы $R_K^{\text{стерж}}$.

$$R_K^{\text{стерж}} = N,$$

где N – усилие (продольная сила), возникающее в стержне.

Согласно условию задачи конструкция узла сопряжения балки со стержнем обеспечивает осевую передачу нагрузки на стержень, а следовательно тот может испытывает либо осевое растяжение, либо осевое сжатие.

Вид деформирования зависит от направления $R_K^{\text{стерж}}$ (определим статическим расчётом).

Балка и стержень оказывают взаимное воздействие друг на друга, которое характеризуется силами равными по величине, но противоположно направленными:

$$|R_K^{\text{стерж}}| = |R_K^{\text{балки}}|$$

$R_K^{\text{балки}}$ найдём из условия равновесия балки AB (статический расчёт).

Балка АВ находится в равновесии под действием нагрузок q , P и опорных реакций R_A , H_A и $R_K^{\text{балки}}$.

Запишем одно из условий равновесия балки, позволяющее найти интересующее нас $R_K^{\text{балки}}$:

$$\Sigma M_A = 0; R_K^{\text{балки}} \cdot AM - q \cdot 1,9 \cdot 1,9/2 - P \cdot 1,9 = 0$$

$$AM = AK \cdot \sin \alpha,$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AL}{AK} = \frac{0,8 \text{ м}}{1,2 \text{ м}} = 0,667,$$

$$\alpha = 33,69^\circ.$$

$$AM = 0,67 \text{ м}.$$

$$R_K^{\text{балки}} \cdot 0,67 - q \cdot 1,805 - P \cdot 1,9 = 0 \quad (*)$$

Для расчёта на прочность потребуются расчётные значения нагрузок.

$$P^{\text{расч}} = P \cdot \gamma_{\text{fl}} = 170 \text{ кН} \cdot 1,1 = 187 \text{ кН};$$

$$q^{\text{расч}} = q \cdot \gamma_{\text{f2}} = 40 \text{ кН/м} \cdot 1,2 = 48 \text{ кН/м}.$$

Ниже индекс «расч» будем опускать.

$$\text{Тогда из выражения } (*) \quad R_K^{\text{балки}} = 659,6 \text{ кН}.$$

В результате статического расчёта получили $R_K^{\text{балки}}$ со знаком «+», следовательно, её направление совпало с ранее выбранным (указано на рисунке), а $R_K^{\text{стерж}}$ направлена от стержня и вызывает растяжение.

Запишем условие прочности при осевом растяжении:

$$\sigma_{\text{н.б.}} = \frac{N}{F} \leq \gamma_c R,$$

Из условия прочности определяем:

$$F \geq \frac{N}{\gamma_c R} = \frac{R_K^{\text{стерж}}}{\gamma_c R},$$

$$F \geq \frac{659,6 \text{ кН}}{0,9 \cdot 21 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} = 34,9 \text{ см}^2.$$

Обратите внимание: $10\text{МПа}=1\text{кН/см}^2$.

Обратите внимание: «подобрать сечение из условия прочности» - означает не только определить расчётом соответствующую геометрическую характеристику сечения (например, F – для растяжения и сжатия, W – для изгиба), но и выбрать форму сечения.

Выберем, например, сечение, скомпонованное из 2-х равнобоких уголков.

$$F^{2\text{уг}} \geq 34,9\text{см}^2,$$

$$F_{\text{уг}} \geq \frac{34,9\text{см}^2}{2} = 17,49\text{см}^2$$

По сортаменту прокатной стали (см. приложение) выбираем подходящий профиль: $L100 \times 100 \times 12$ с $F=19,24\text{ см}^2$.

Принимаем сечение из $2L100 \times 100 \times 12$ с $F=38,48\text{ см}^2$.

2. Проверка жёсткости стержня (расчёт по II группе предельных состояний).

Согласно требованиям, указанным в условии расчёта, абсолютная деформация стержня должна быть ограничена величиной $\Delta l_{\text{у}}$.

Условие жёсткости запишем в следующем виде:

$$\Delta l \leq \Delta l_{\text{у}},$$

где

Δl – абсолютная деформация стержня от действия нормативных нагрузок;

$\Delta l_{\text{у}}$ – предельно допустимая условиями расчёта абсолютная деформация стержня.

Абсолютная деформация стержня, возникающая от действия сосредоточенной силы, вычисляется по формуле:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF}, \text{ где}$$

N – усилие в стержне от действия нормативных нагрузок;
 l – длина стержня;
 EF – жёсткость стержня при растяжении (сжатии).

Для вычисления N определим $R_K^{\text{балки}}$ из выражения (*), но при нормативном значении $q=40\text{ кН/м}$ и $P=170\text{ кН}$.

$$R_K^{\text{балки}}=589,9\text{ кН}; \quad |R_K^{\text{стерж}}| = |R_K^{\text{балки}}| = 589,9\text{ кН}.$$

$$l=\sqrt{AL^2 + AK^2} = \sqrt{(0,8\text{ м})^2 + (1,1\text{ м})^2} = 1,44\text{ м} = 144\text{ см}.$$

$$EF=2,1 \cdot 10^4\text{ кН/см}^2 \cdot 38,48\text{ см}^2=80,81 \cdot 10^4\text{ кН}.$$

$$\Delta l = \frac{589,9\text{ кН} \cdot 1,44\text{ м}}{80,81 \cdot 10^4\text{ кН}} = 10,51 \cdot 10^{-4}\text{ м} = 10,51 \cdot 10^{-2}\text{ см} = 0,105\text{ см};$$

$$\Delta l_u = \frac{l}{500} = \frac{144\text{ см}}{500} = 0,288\text{ см}.$$

$$\Delta l=0,11\text{ см} < \Delta l_u=0,29\text{ см} - \text{условие жёсткости выполняется.}$$

Расчёт 1.16.

Рассматривается стержневая система, состоящая из абсолютно жёсткой балки АВ и поддерживающего её стального стержня (рис.2). При известных нагрузках, действующих на систему, и размерах сечения поддерживающего стержня требуется:

1. Проверить прочность стержня;
2. В случае если прочность не обеспечена – определить расчётом сечение стержня, при котором дефицит несущей способности будет ликвидирован. При этом допускается изменять форму сечения. Если выявлен запас прочности – определить до какой максимальной величины можно увеличить силу P , не нарушив выполнение условия прочности.
3. Проверить жёсткость стержня, при условии, что предельно допустимое значение абсолютной деформации стержня $\Delta l_u = \frac{l}{500}$. Жёсткость проверить для окончательного варианта, выбранного по итогам расчётов п.2.

Исходные данные для расчёта:

-) конструкция узла сопряжения балки и поддерживающего стержня обеспечивает осевую передачу нагрузки от балки на стержень;
-) коэффициенты метода предельных состояний: коэффициент условий работы $\gamma_c = 0,9$, коэффициенты надёжности по нагрузке $\gamma_{f1} = 1,1$ – для сосредоточенной нагрузки и $\gamma_{f2} = 1,2$ – для распределённой нагрузки;
-) прочностные и деформативные характеристики материала стержня:

Расчётное сопротивление стали по пределу текучести $R = 210 \text{ МПа}$,

модуль упругости стали $E = 2,1 \times 10^5 \text{ МПа} = 2,1 \times 10^4 \text{ кН/см}^2$.

Выполним расчёт.

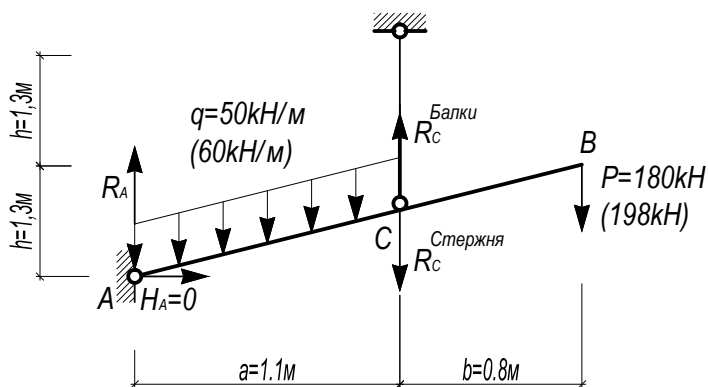


Рис.2 К расчёту 1.2б.

Перед просмотром данного примера, необходимо ознакомиться с примером расчёта 1.1а. Элементы расчёта, общие для обоих случаев, в данном примере повторно не объясняются.

Определим величину усилия, действующего в поддерживающем стержне.

$$N = R_K^{\text{стерж}},$$

$$|R_K^{\text{стерж}}| = |R_K^{\text{балки}}|$$

Запишем уравнение равновесия для балки АВ.

Обратите внимание: $H_A = 0$, т.к. в противном случае, не выполнялось бы условие равновесия $\sum X = 0$ (сумма проекций сил на горизонтальную ось равна 0), т.к. в горизонтальном направлении не действуют никакие силы, которые могли бы уравновесить $H_A \neq 0$.

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0; \quad & q \cdot 1,1 \cdot 1,1/2 - R_K^{\text{балки}} \cdot 1,1 + P \cdot 1,9 = 0 \\ R_K^{\text{балки}} = & q \cdot 0,55 + P \cdot 1,727. \quad (*) \end{aligned}$$

Обратите внимание: согласно исходным данным для расчёта распределённая нагрузка направлена вертикально (а не перпендикулярно оси балки АВ). Такое направление действия нагрузки по отношению к оси стержня достаточно часто встречается в реальных конструкциях. Например, действие собственного веса и полезной нагрузки (нагрузки от веса людей) на лестничные марши или действие снеговой нагрузки на стропильные ноги скатной крыши.

Для расчёта на прочность потребуются расчётные значения нагрузок.

$$P_{\text{расч}} = P \cdot \gamma_{\text{fl}} = 180 \text{ кН} \cdot 1,1 = 198 \text{ кН};$$

$$q_{\text{расч}} = q \cdot \gamma_{\text{f2}} = 50 \text{ кН/м} \cdot 1,2 = 60 \text{ кН/м}.$$

Ниже индекс «расч» будем опускать.

$q \cdot 0,55 = 33 \text{ кН}$ – «вклад» распределённой нагрузки в реакцию $R_K^{\text{балки}}$,

$P \cdot 1,727 = 341,95 \text{ кН}$ – «вклад» силы P в реакцию $R_K^{\text{балки}}$

$$R_K^{\text{балки}} = 33 \text{ кН} + 341,95 \text{ кН} = 375,0 \text{ кН}$$

Обратите внимание: приведённое выше выражение демонстрирует один из примеров использования принципа независимости действия сил для решения задач механики деформируемого твёрдого тела.

В результате статического расчёта получили $R_K^{\text{балки}}$ со знаком «+», следовательно, её направление совпало с ранее выбранным (указано на рисунке), а $R_K^{\text{стерж}}$ направлена от стержня и вызывает растяжение.

Запишем условие прочности при осевом растяжении:

$$\sigma_{\text{н.б.}} = \frac{N}{F} \leq \gamma_c R \quad ,$$

Согласно исходным данным для расчёта – сечение стержня скомпоновано из 2L70x70x6. По сортаменту определяем $F_{\text{уг}} = 8,15 \text{ см}^2$, $F = F_{\text{2уг}} = 16,3 \text{ см}^2$.

Проверим выполнение условия прочности:

$$\frac{375 \text{ кН}}{16,3 \text{ см}^2} = 23 \text{ кН/см}^2 = 230 \text{ МПа} > 0,9 \cdot 210 \text{ МПа} = 189 \text{ МПа} -$$

условие прочности не выполняется, прочность стержня не обеспечена (имеется дефицит несущей способности).

Обратите внимание: $10 \text{ МПа} = 1 \text{ кН/см}^2$.

Подберём сечение стержня, при котором прочность будет обеспечена:

$$F \geq \frac{N}{\gamma_c R} = \frac{R_K^{\text{стерж}}}{\gamma_c R} \quad ,$$

$$F \geq \frac{375 \text{ кН}}{0,9 \cdot 21 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} = 19,84 \text{ см}^2$$

$$F_{ут} \geq \frac{19,84 \text{ см}^2}{2} = 9,92 \text{ см}^2$$

По сортаменту прокатной стали (приложение №1) выбираем подходящий профиль: L70x70x8 с $F=10,67 \text{ см}^2$.

Принимаем сечение из 2L70x70x8 с $F=21,34 \text{ см}^2$.

Обратите внимание: уголки с одной и той же шириной полков, но разными толщинами полков в одном случае могут обеспечить прочность, а в другом нет. При этом, в условиях стройплощадки визуально определить различие в толщине полков сложно. Поэтому, чтобы избежать путаницы, при проектировании конструкций в спецификации стальных элементов, которые будут использоваться в пределах одного монтажного участка, как правило, не включают элементы, которые визуально трудно отличить при производстве работ. Это же касается и арматурных стержней с близкими значениями диаметров.

Рассмотрим приведённый выше расчёт при условии, что стержень скомпонован из 2I12.

В этом случае $F=2 \times 13,30 \text{ см}^2 = 26,60 \text{ см}^2$.

Проверим выполнение условия прочности:

$$\frac{375 \text{ кН}}{26,60 \text{ см}^2} = 14,1 \text{ кН/см}^2 = 141 \text{ МПа} < 0,9 \cdot 210 \text{ МПа} = 189 \text{ МПа} -$$

условие прочности обеспечено, имеется существенный запас прочности.

Согласно условиям расчёта, в случае, если имеется запас прочности, необходимо определить до какой максимальной величины можно увеличить силу P , не нарушив выполнение условия прочности.

Для определения $R^{\text{макс}}$ воспользуемся условием прочности. При этом в правой части неравенства выделим напря-

жения, связанные с действием распределённой нагрузки, и с нагрузкой Р.

$$\sigma_x = \sigma_x(q) + \sigma_x(P) = \frac{R_c^{\text{стерж}}(q)}{F} + \frac{R_c^{\text{стерж}}(P)}{F} \leq \gamma_c R ,$$

Обратите внимание: снова используем принцип независимости действия сил.

$$\frac{33 \text{ кН}}{26,6 \text{ см}^2} + \frac{P_{\text{макс}}}{26,6 \text{ см}^2} \leq 0,9 * 21 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 18,9 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \quad (**)$$

$$\frac{P_{\text{макс}}}{26,6 \text{ см}^2} \leq 17,66 \text{ кН/см}^2$$

$$P_{\text{макс}} \leq 469,8 \text{ кН.}$$

Максимальная сила, которую можно приложить к стержню с заданным сечением (2[12]), составляет 469,8 кН.

Примечание: мы получили расчётное значение нагрузки. Для определения нормативного значения силы Р, величину $R_c^{\text{стерж}}(q)=33 \text{ кН}$ в выражении (**) необходимо было бы разделить на γ_{f2} . Т.к. в нашем расчёте используются для нагрузок q и Р разные γ_f , то получение $R_{\text{норм}}^{\text{макс}}$ простым делением расчётного значения $P^{\text{макс}}$ на γ_f невозможно.

Проверка жёсткости стержня осуществляется аналогично расчёту 1.1а

Расчёт 1.2.

Для чугунного стержня ступенчато постоянного сечения, торцы которого жёстко закреплены, необходимо построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений. Проверить прочность. В случае, если прочность стержня обеспечена, построить эпюру осевых перемещений.

Исходные данные для расчёта:

-) Расчётная схема стержня приведена на рис. 3;
-) Предварительным расчётом установлено, что рассматриваемым стержень относится к стержням малой гибкости ($\lambda < 50$). Расчёт на устойчивость не требуется;
-) коэффициенты метода предельных состояний: коэффициент надёжности по материалу $\gamma_m = 1,3$, коэффициент условий работы $\gamma_c = 0,9$, коэффициенты надёжности по нагрузке $\gamma_{fl} = 1,1$ – для сосредоточенной нагрузки, $\gamma_{f2} = 1,2$ – для распределённой нагрузки.
-) прочностные и деформативные характеристики материала стержня:

Временное сопротивление чугуна сжатию

$$\sigma_{сж}^{вр} = 280 \text{ МПа};$$

Временное сопротивление чугуна растяжению

$$\sigma_p^{вр} = 120 \text{ МПа}.$$

Модуль упругости чугуна $E = 1,15 \times 10^5 \text{ МПа}$.

Выполним расчёт:

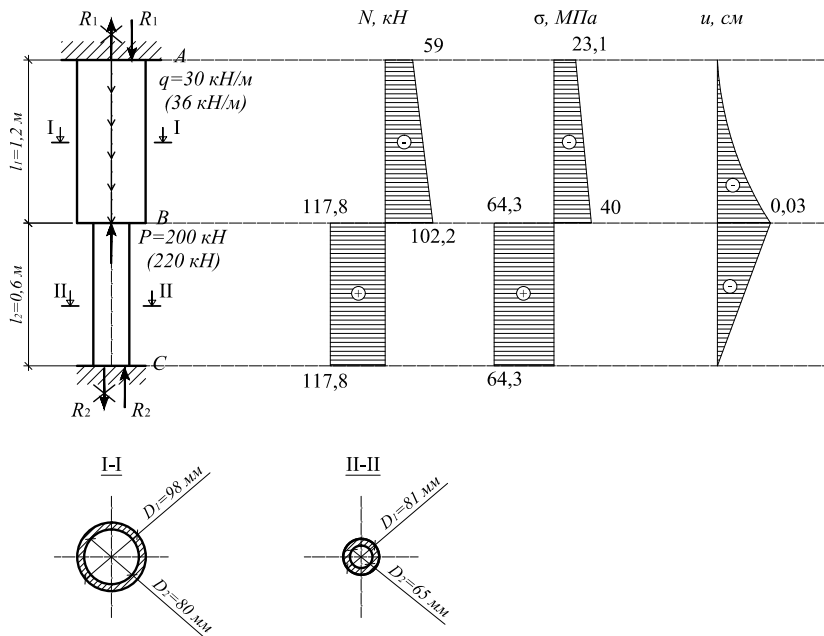


Рис.3 К расчёту 1.2.

1. Для расчёта на прочность потребуются расчётные значения нагрузок, а также расчётные значения прочностных характеристик материала:

$$P_{\text{расч}} = P \cdot \gamma_{f1} = 200 \text{ кН} \cdot 1,1 = 220 \text{ кН};$$

$$q_{\text{расч}} = q \cdot \gamma_{f2} = 30 \text{ кН/м} \cdot 1,2 = 36 \text{ кН/м}.$$

$$R_{\text{сж}} = \frac{\sigma_{\text{сж}}^{\text{вр}}}{\gamma_m} = \frac{280 \text{ МПа}}{1,3} = 215,4 \text{ МПа};$$

$$R_p = \frac{\sigma_p^{\text{вр}}}{\gamma_m} = \frac{120 \text{ МПа}}{1,3} = 92,3 \text{ МПа}.$$

2. Анализ расчётной схемы. Определение опорных реакций статически неопределимого стержня.

Рассматриваемый стержень закреплён с обоих торцов.

Следовательно возникает две опорные реакции.

Составим единственное возможное для данного случая сопротивления стержня уравнение равновесия:

$$\sum X=0, R_1-q \cdot l_1+P-R_2=0.$$

Таким образом, для вычисления 2-х неизвестных опорных реакций имеем одно уравнение равновесия, следовательно задача определения опорных реакций и усилий в данном стержне является статически неопределимой.

Для получения дополнительного уравнения рассмотрим геометрическую сторону задачи. Легко заметить, что т.к. оба торца стержня закреплены, то его абсолютная деформация должна быть равна 0.

$$\Delta l=0.$$

Вычислим абсолютную деформацию стержня Δl .

При этом будем использовать принцип независимости действия сил и метод сечений (см. лекции).

$$\Delta l = \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} = 0.$$

При расчёте стержня «сверху»:

$$\Delta l_{AB} = \Delta l_{AB}(R_1) + \Delta l_{AB}(q), \text{ где}$$

$\Delta l_{AB}(R_1)$ – «вклад» в деформацию опорной реакции R_1 и
 $\Delta l_{AB}(q)$ – «вклад» в деформацию распределённой нагрузки.

Напомним:

$\Delta l = \frac{Nl}{EF}$ - формула для определения абсолютной деформации стержня от действия сосредоточенной нагрузки ($N=\text{const}$ в пределах длины стержня).

$\Delta l = \frac{ql^2}{2EF}$ - формула для определения абсолютной деформации стержня, от равномерно распределённой по его длине нагрузки.

$$\Delta l_{AB} = \frac{R_1 l_{AB}}{EF_1} - \frac{ql_{AB}^2}{2EF_1},$$

Аналогично:

$$\Delta l_{BC} = \frac{R_1 l_{BC}}{EF_2} - \frac{q l_1 l_{BC}}{EF_2} + \frac{Pl_{BC}}{EF_2},$$

Обратите внимание:

-) на правило знаков для внутренних усилий и соответственно деформаций (см. лекции);
-) на нижнюю часть стержня (участок BC) действует результирующая распределённой нагрузки $Rq=Nq=q l_{AB}$. Поэтому при определении деформации нижней части стержня мы используем формулу $\Delta l = \frac{Nl}{EF}$;
-) опорную реакцию R_2 не записываем в выражение для Δl , т.к. расчёт ведём «сверху» и R_2 оказывается в «отброшенной» части стержня.

$$\Delta l = \frac{R_1 l_{AB}}{EF_1} - \frac{q l_{AB}^2}{2EF_1} + \frac{R_1 l_{BC}}{EF_2} - \frac{q l_{AB} l_{BC}}{EF_2} + \frac{Pl_{BC}}{EF_2} = 0;$$

$$F_1 = \frac{\pi}{4} (D_1^2 - D_2^2) = \frac{3,14}{4} [(9,8\text{см})^2 - (8,0\text{см})^2] = 25,15\text{см}^2;$$

$$F_2 = \frac{3,14}{4} [(8,1\text{см})^2 - (6,5\text{см})^2] = 18,34\text{см}^2.$$

$$\begin{aligned} & \frac{R_1 \cdot 120\text{см}}{25,5\text{см}^2} - \frac{36\text{кН} \cdot 10^{-2}\text{кН/см} \cdot (120\text{см})^2}{2 \cdot 25,5\text{см}^2} + \frac{R_1 \cdot 60\text{см}}{18,34\text{см}^2} + \\ & + \frac{36\text{кН/м} \cdot 1,2\text{м} \cdot 60\text{см}}{18,34\text{см}^2} + \frac{220\text{кН} \cdot 60\text{см}}{18,34\text{см}^2} = 0 \end{aligned}$$

$$4,78R_1 - 103,06 + 3,27R_1 - 141,33 + 719,74 = 0 \quad (\text{кН/см}) (*).$$

$$R_1 = -59,0 \text{ кН}.$$

Обратите внимание:

-) важно следить за соблюдением размерностей. Для того, чтобы на последнем этапе вычислений от [кН/см] перейти к [кН] можно мысленно обе части уравнения домножить на 1 см;
-) опорную реакцию получили со знаком «-», следовательно её истинное направление не совпало с тем, которое было выбрано для нашего расчёта. Для дальнейших расчётов, меняем направление опорной реакции на противоположное.

Из уравнения равновесия можно определить R_2 .

$$-R_1 - q \cdot l_{AB} + P + R_2 = 0.$$

$$R_2 = -41,8 \text{ кН}.$$

3. Построение эпюр продольных сил и напряжений.

Расчёт ведём, используя метод сечений (см. лекцию).

Напоминаем:

-) правило знаков для продольных сил. Продольная сила считается положительной, если она направлена от сечения (вызывает растяжение);
-) правило знаков для нормальных напряжений. Растягивающие напряжения считаются положительными.

Участок АВ:

$$N_A = -R_1 = -59 \text{ кН}; \quad \sigma_A = \frac{N_A}{F_1} = -2,31 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = -23,1 \text{ МПа (сжатие)};$$

$$N_B = -R_1 - q \cdot l_{AB} = -59 \text{ кН} - 36 \text{ кН/м} \cdot 1,2 \text{ м} = -102,2 \text{ кН};$$

$$\sigma_B = \frac{N_B}{F_1} = -4,0 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = -40 \text{ МПа (сжатие)};$$

Участок ВС:

$$N_B = -102,2 \text{ кН} + P = 117,8 \text{ кН}, \quad \sigma_B = \frac{N_B}{F_2} = 6,43 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 64,3 \text{ МПа (растяжение)};$$

4. Проверка прочности.

Запишем условие прочности при осевом растяжении (сжатии). При этом учтём, что стержень выполнен из материала, имеющего различную прочность на сжатие и растяжение.

$$\begin{cases} \sigma_p^{\max} \leq \gamma_c R_p \\ \sigma_{сж}^{\max} \leq \gamma_c R_{сж} \end{cases}$$
$$\begin{cases} \sigma_p^{\max} = 64,3 \text{ МПа} < 0,9 \cdot 92,3 \text{ МПа} = 83,07 \text{ МПа}, \\ \sigma_{сж}^{\max} = 23,1 \text{ МПа} < 0,9 \cdot 215,4 \text{ МПа} = 193,86 \text{ МПа}. \end{cases}$$

Таким образом, прочность стержня обеспечена.

Обратите внимание:

В условии указано, что «предварительным расчётом установлено, что рассматриваемым стержень относится к стержням малой гибкости ($\lambda < 50$). Расчёт на устойчивость не требуется». В противном случае, необходимо было бы произвести расчёт на прочность по растягивающим напряжениям и расчёт на устойчивость от действия сжимающих усилий.

6. Построение эпюры осевых перемещений.

Знать осевые перемещения стержня необходимо, как правило, для расчёта конструкции по II-й группе предельных состояний. Такой расчёт ведём на действие нормативных значения нагрузок.

Для определения нормативного значения $R_1^{\text{норм}}$ в выражении «*» слагаемое, связанное с P , делим на γf_1 и слагаемое, связанное с q , делим на γf_2 .

$$4,78 R_1^{\text{норм}} - 85,88 + 3,27 R_1^{\text{норм}} - 117,78 + 654 = 0$$

Переведём расчётное значение опорной реакции R_1 в нормативное:

$$R_1^{\text{норм}} = 55,9 \text{ кН.}$$

$$u_A = 0.$$

$$u_B = u_A + \Delta l_{AD}, \quad u_B = 0 + \frac{-R_1 l_1}{EF_1} - \frac{ql_1^2}{2EF_1},$$

$$u_B = \frac{-55,9 \text{ кН} \cdot 1,2 \text{ м}}{1,15 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2 \cdot 25,15 \text{ см}^2} - \frac{30 \text{ кН/м} \cdot (1,2 \text{ м})^2}{2 \cdot 1,15 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2 \cdot 25,15 \text{ см}^2} =$$
$$= -3,07 \times 10^{-4} \text{ м} = -0,03 \text{ см (перемещение происходит в направлении}$$

противоположном положительному направлению оси X, т.е. вниз).

$$u_C = 0.$$

Обратите внимание:

При определении характера эпюры перемещений руководствуются следующей дифференциальной зависимостью: $\frac{du}{dx} = \sigma$, из которой, в частности, следует:

-) если на участке стержня $\sigma(x) = \text{const}$, то $u(x)$ изменяется по линейному закону;
 -) если $\sigma(x)$ линейна, то $u(x)$ изменяется по закону квадратной параболы;
 -) для сечения, где $\sigma = 0$, на эпюре $u(x)$ - экстремум.
-

Расчёт 1.3.

Для сжатого стержня, расчётная схема которого приведена на рис.4., требуется:

1. Подобрать сечение стержня из условия устойчивости в 2-х главных плоскостях Oxy и Oxz .
2. Определить величину критической силы и коэффициент запаса устойчивости.

Исходные данные для расчёта:

-) коэффициенты метода предельных состояний: коэффициент условий работы $\gamma_c=1,0$, коэффициент надёжности по нагрузке $\gamma_f=1,2$;
-) прочностные и деформативные характеристики материала стержня:

Материал стержня – малоуглеродистая сталь с расчётным сопротивлением стали по пределу текучести $R=200\text{МПа}$, пределом текучести $\sigma_T=230\text{МПа}$, пределом пропорциональности $\sigma_{пц}=200\text{МПа}$.

Модуль упругости стали $E=2,1 \times 10^5 \text{ МПа} = 2,1 \times 10^4 \text{ кН/см}^2$.

Выполним расчёт.

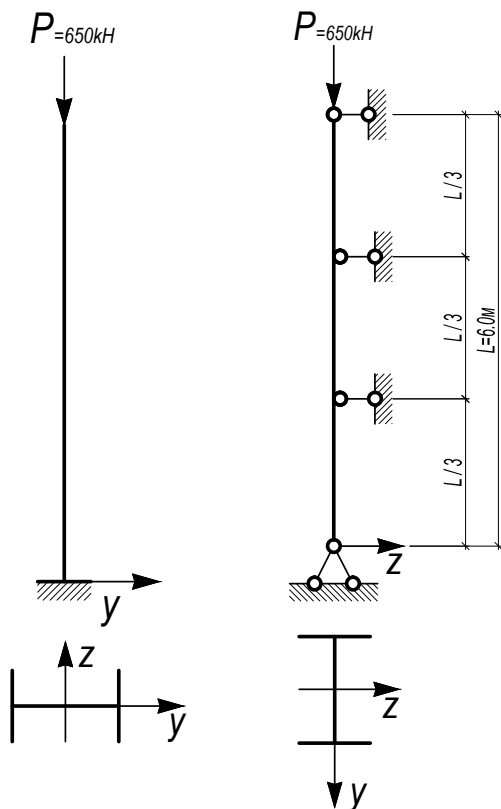


Рис.4 К расчёту 1.3.

1. Подбор сечения стержня из условия устойчивости.

Запишем условие устойчивости центрально сжатого стержня:

$$\frac{N}{F} \leq \gamma_c \varphi R, \text{ где}$$

N – усилие от действия расчётной сжимающей нагрузки;

F – площадь поперечного сечения стержня;

γ_c – коэффициент условий работы;

φ – коэффициент продольного изгиба, зависящий от гибкости стержня λ и прочностных характеристик материала стержня.

R – расчётное сопротивление стержня по пределу текучести.

Из условия устойчивости определим минимальную площадь поперечного сечения стержня:

$$F \geq \frac{N}{\gamma_c \varphi R} \quad (*).$$

$$|N_{\text{норм}}| = |P_{\text{норм}}|$$

$$P = P_{\text{норм}} \cdot \gamma_f = 650 \text{ кН} \cdot 1,2 = 780 \text{ кН}.$$

$$N = P = 780 \text{ кН}.$$

Обратите внимание:

В выражение (*) входит φ , который, как было сказано выше, зависит от $\lambda = \frac{l_0}{i}$,

где l_0 – приведённая длина стержня,

i – радиус инерции сечения, который является геометрической характеристикой сечения, а следовательно может быть определён только в том случае, если известно сечение.

Таким образом, в левой и правой части выражения (*) входят величины, зависящие от выбора сечения стержня, поэтому при выполнении расчёта будет использовать *метод последовательных приближений*.

I приближение.

В I приближении всегда принимаем $\varphi=0,5$

$$F \geq \frac{715 \text{ кН}}{1,0 \cdot 0,5 \cdot 20 \text{ кН/см}^2} = 71,5 \text{ см}^2.$$

По сортаменту принимаем I40 со следующими геометрическими характеристиками:

$$F=72,6 \text{ см}^2; \quad i_z=16,20 \text{ см}; \quad i_y=3,03 \text{ см}.$$

Обратите внимание:

В различной нормативной и справочной литературе могут встречаться различные обозначения величин в формулах, названия осей и пр. Поэтому нужно ориентироваться, прежде всего, на смысл величин, а не на обозначения.

Так, в сортаменте оси обозначены x и y . При выборе необходимых геометрических характеристик Вы должны ориентироваться на направление осей: ось перпендикулярная стенке двутавра в сортаменте обозначена « x », а в нашем расчёте « z ».

Пояснение к условию задачи:

На рис.4, приведено изображение рассчитываемого стержня 2 раза: изображение слева – это вид на стержень со стороны оси « z », изображение справа – со стороны оси « y ». Такое изображение необходимо, т.к. стержень в плоскостях Oxy и Oxz имеет различное закрепление.

Стержень теряет устойчивость в плоскости большей гибкости. Вычислим гибкости в обеих плоскостях, сравним их и определимся в какой плоскости стержень потеряет устойчивость.

Напомним:

Гибкость стержня: $\lambda = \frac{\mu l}{i}$, где

μl – приведённая длина стержня: μ – коэффициент приведённой длины (справочная величина зависит от условия закрепления стержня), l – длина стержня (если стержень не имеет промежуточных опор) или расстояние между опорами.

i – радиус инерции сечения стержня относительно оси перпендикулярной плоскости, в которой ожидаем потерю устойчивости.

Гибкость стержня в плоскости $хоу$:

$$\lambda_y = \frac{\mu_y l}{i_z} = \frac{2 \times 600 \text{ см}}{16,20 \text{ см}} = 74,1,$$

Гибкость стержня в плоскости $хоз$:

$$\lambda_z = \frac{\mu_z l/3}{i_y} = \frac{1 \times 200 \text{ см}}{3,03 \text{ см}} = 66,0.$$

$\lambda_y > \lambda_z$ – следовательно потеря устойчивости стержня произойдёт в плоскости $хоу$.

В дальнейшем расчёт ведём только для плоскости $хоу$.

По табл. приложения 7 по известным значениям λ и R определяем φ с использованием линейной интерполяции.

Для столбца, соответствующему $R=200$ МПа, выпишем значения:

λ	φ
70	0,782
74,1	x
80	0,734

Составим пропорцию:

$$(80-70) - (0,734-0,782)$$

$$(74,1-70) - (x-0,782);$$

$$10 - -0,048$$

$$4,1 - (x-0,782);$$

$$10(x-0,782)=4,1 \cdot (-0,048)$$

$$x=0,762$$

Таким образом, $\varphi_{\lambda=74,1}=0,762$.

Полученное $\varphi_{\lambda=74,1}=0,762$ существенно отличается от $\varphi=0,5$.

Необходимо повторять приближения до тех пор, пока не достигнем выполнения условия:

$$\frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{\varphi_i} \times 100\% < 5\%,$$

где i – номер приближения.

II приближение.

$$\varphi = \frac{0,5 + 0,762}{2} = 0,631.$$

$$F \geq \frac{715 \text{ кН}}{1,0 \cdot 0,631 \cdot 20 \text{ кН/см}^2} = 56,66 \text{ см}^2.$$

По сортаменту принимаем I36 со следующими геометрическими характеристиками:

$$F=61,9 \text{ см}^2; \quad i_z=14,70 \text{ см}.$$

$$\lambda_y = \frac{\mu_y l}{i_z} = \frac{2 \times 600 \text{ см}}{14,70 \text{ см}} = 81,63.$$

По таблице определяем φ .

λ	φ
80	0,734
81,63	x
90	0,665

$$\varphi=0,723.$$

$$\frac{0,723 - 0,631}{0,631} \times 100\% = 14,5\% > 5\%$$

Переходим к III приближению

$$\varphi = \frac{0,631 + 0,723}{2} = 0,677.$$

$$F \geq \frac{715 \text{ кН}}{1,0 \cdot 0,677 \cdot 20 \text{ кН/см}^2} = 52,81 \text{ см}^2.$$

По сортаменту принимаем I33 со следующими геометрическими характеристиками:

$$F=53,8 \text{ см}^2; \quad i_z=13,50 \text{ см}.$$

$$\lambda_y = \frac{\mu_y l}{i_z} = \frac{2 \times 600 \text{ см}}{13,50 \text{ см}} = 88,89.$$

По таблице определяем φ .

λ	φ
80	0,734
88,89	x
90	0,665

$$\varphi=0,672.$$

$$\frac{0,677 - 0,672}{0,672} \times 100\% = 0,74\% < 5\%$$

Условие выполнено.

Для того, чтобы убедиться в правильности подбора сечения, проверим условие устойчивости:

$$\frac{N}{F} \leq \gamma_c \varphi R,$$

$$\frac{715 \text{ кН}}{53,8 \text{ см}^2} = 13,2 \text{ кН/см}^2 = 132 \text{ МПа} < 1,0 \cdot 0,672 \cdot 200 \text{ МПа} = 134,4 \text{ МПа} -$$

условие устойчивости выполняется.

Окончательно принимаем стержень с сечением I33.

2. *Определим величину критической силы и значение коэффициента запаса устойчивости.*

Напомним:

Критической силой называют минимальное значение сжимающей нагрузки, при котором происходит потеря устойчивости стержня.

Выбор формулы для определения критической силы зависит от гибкости стержня.

Для стержней большой гибкости потеря устойчивости происходит при напряжениях, не превышающих предела пропорциональности материала: $\sigma_{кр} \geq \sigma_{пц}$.

В этом случае критическая сила определяется по формуле Эйлера:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}, \text{ где}$$

EI – жёсткость стержня при изгибе, момент инерции I определяется относительно оси, перпендикулярной плоскости потери устойчивости;

l_0 – приведённая длина стержня.

Стержни из малоуглеродистой стали с пределом пропорциональности $\sigma_{пц} = 200 \div 220$ МПа относятся к стержням большой гибкости при $\lambda \geq 100$.

Для стержней средней гибкости потеря устойчивости происходит при напряжениях, превышающих предел пропорциональности материала. При этом потеря устойчивости происходит раньше, чем напряжения достигнут предела текучести: $\sigma_{пц} < \sigma_{кр} < \sigma_T$.

В этом случае критическое напряжение определяется по формуле Ясинского:

$\sigma_{кр} = a - b\lambda$, где a и b – эмпирические (определяемые экспериментально) коэффициенты.

Также можно использовать следующую формулу:

$$\sigma_{кр} = \sigma_T - (\sigma_T - \sigma_{пл}) \left(\frac{\lambda}{100} \right)^2$$

Критическая сила: $P_{кр} = \sigma_{кр} F$.

Стержни из малоуглеродистой стали с $\sigma_{пл} = 200 \div 220$ МПа $60 < \lambda < 100$ относятся к стержням средней гибкости.

Для стержней малой гибкости потеря прочности (при напряжениях, достигших предела текучести σ_T) наступает раньше, чем потеря устойчивости.

Поэтому стержни малой гибкости рассчитывают на прочность, при этом расчёт на устойчивость не производится.

Определение критической силы не имеет практического значения при расчёте на устойчивость, однако вычисление коэффициента запаса устойчивости $n_y = \frac{P_{кр}}{P_{норм}}$ представляет интерес для анализа: какой запас обеспечивает предложенная методика расчёта?

Для выбора формулы, по которой будем вычислять значение критической силы, классифицируем стержень в зависимости от его гибкости:

$60 < \lambda_y = 88,89 < 100$ - следовательно это стержень средней гибкости, в этом случае используем формулу:

$$\sigma_{кр} = \sigma_T - (\sigma_T - \sigma_{пл}) \left(\frac{\lambda}{100} \right)^2 = 230 \text{ МПа} - (230 \text{ МПа} - 200 \text{ МПа}) \left(\frac{88,89}{100} \right)^2 = 206,3 \text{ МПа}.$$

$$P_{кр} = \sigma_{кр} F = 20,63 \text{ кН/см}^2 \cdot 53,8 \text{ см}^2 = 1109,9 \text{ кН}.$$

Коэффициент запаса устойчивости:

$$n_y = \frac{1109,9 \text{ кН}}{650 \text{ кН}} = 1,7.$$

ЧАСТЬ II.

ПЛОСКИЙ ПРЯМОЙ ИЗГИБ СТЕРЖНЯ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ, НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ. РАСЧЁТ НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЁСТКОСТЬ.

Задание к расчётам 2.1а-2.1ж.

Построить эпюры внутренних усилий N, Q, M , возникающих в балках, ломанных стержнях и раме, расчётная схема которых изображена на рисунках 5-11. При построении эпюр обратите внимание на их характерные особенности.

Расчёт 2.1.

Перед началом расчёта необходимо повторить:

1. Условия равновесия и способы определения опорных реакций;
2. Какие усилия возникают при плоском прямом изгибе стержня. Что такое эпюра усилий.
3. Метод сечений для определения усилий;
4. Правило знаков для внутренних усилий и правило построения эпюры изгибающих моментов;
5. Дифференциальные зависимости при изгибе и их использование для определения характера эпюр усилий.

Для повторения используйте конспект лекций или учебник.

Расчёт 2.1а

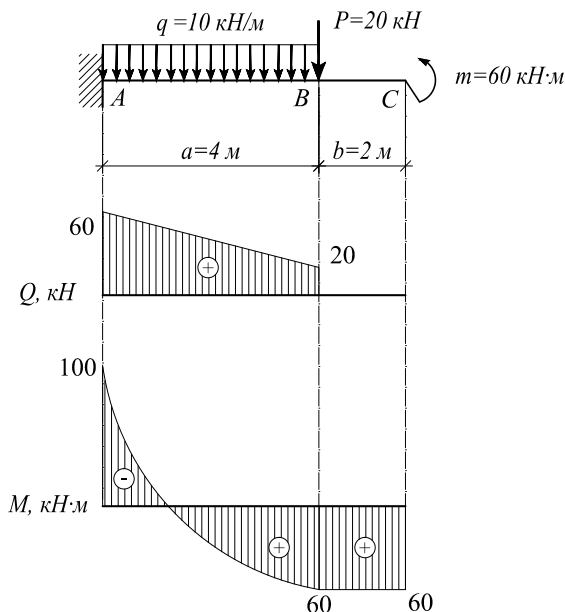


Рис.5 К расчёту 2.1а

Тип балки, расчётная схема которой приведена на рис.5, называется «жесткозаделанная консоль». Расстояние от опоры (жёсткой заделки) до свободного конца балки называется «вылетом консоли».

Особенностью определения внутренних усилий в балках такого типа является возможность построить эпюры усилий без определения опорных реакций. Это становится возможным, если определение усилий вести, начиная от свободного конца балки.

Участок СВ:

$$Q_{CB}=0 \quad M_{CB}=m=60\text{кН}\cdot\text{м};$$

Участок ВА:

$$Q_B=P=20\text{кН} \quad Q_A=P+qa=20\text{кН}+10\text{кН/м}\cdot 4\text{м}=60\text{кН}.$$

$$M_B=m=60\text{кН}\cdot\text{м} \quad M_A=m-Pa-qa\frac{a}{2}=60\text{кН}\cdot\text{м}-60\text{кН}\cdot 4\text{м}-10\text{кН/м}\cdot 4\text{м}\cdot 2\text{м}=100\text{кН}\cdot\text{м}.$$

Расчёт 2.16

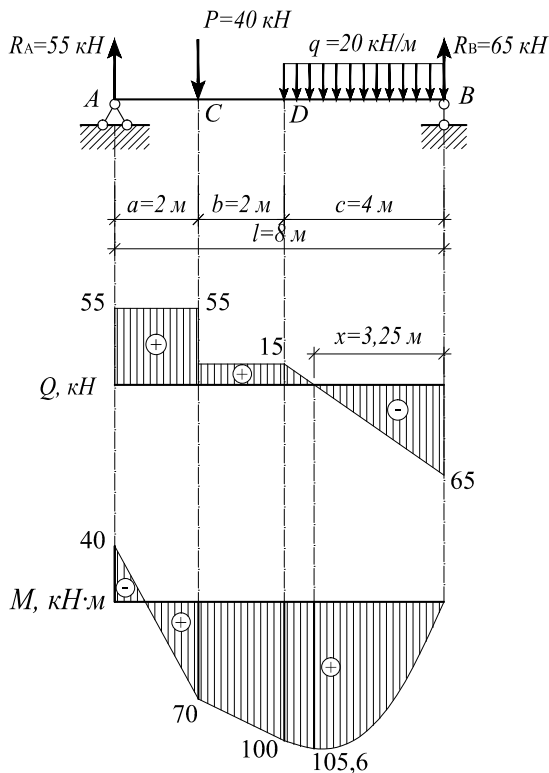


Рис.6 К расчёту 2.16.

Балка, расчётная схема которой приведена на рис.6, называется «однопролётная шарнирноопёртая». Расстояние между опорами называется пролётом.

Определение опорных реакций:

$$\sum M_B = 0; \quad R_A l - P(b+c) - qc \frac{c}{2} = 0;$$

$$R_A = \frac{40 \text{ кН} \cdot \text{м} + 40 \text{ кН} \cdot 6 \text{ м} + 20 \text{ кН/м} \cdot 4 \text{ м} \cdot \frac{4 \text{ м}}{2}}{8 \text{ м}} = 55 \text{ кН};$$

$$\sum M_A = 0; \quad R_B l - qc \left(\frac{c}{2} + b + a \right) - Pa + m = 0;$$

$$R_B = \frac{20 \text{ кН/м} \cdot 4 \text{ м} \cdot \left(\frac{4 \text{ м}}{2} + 2 \text{ м} + 2 \text{ м} \right) + 40 \text{ кН} \cdot 2 \text{ м} - 40 \text{ кН} \cdot \text{м}}{8 \text{ м}} = 65 \text{ кН}.$$

$$\text{Проверка: } \sum Y = 0; \quad -R_A - R_B + P + q \cdot c = 0; \quad -55 \text{ кН} - 65 \text{ кН} + 40 \text{ кН} + 20 \text{ кН/м} \cdot 4 \text{ м} = 0;$$

$0 \equiv 0$ – следовательно опорные реакции определены верно.

Построение эпюр Q и M.

Участок AC:

$$Q_{AC} = R_A = 55 \text{ кН}.$$

$$M_A = -m = -40 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad M_C = -m + R_A \cdot a = -40 \text{ кН} \cdot \text{м} + 55 \text{ кН} \cdot 2 \text{ м} = 70 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок CD:

$$Q_{CD} = R_A - P = 55 \text{ кН} - 40 \text{ кН} = 15 \text{ кН}.$$

$$M_C = 70 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad M_D = -m + R_A \cdot (a+b) - P \cdot b = -40 \text{ кН} \cdot \text{м} + 55 \text{ кН} \cdot 4 \text{ м} - 40 \text{ кН} \cdot 2 \text{ м} = 100 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок BD:

$$Q_B = -R_B = -65 \text{ кН}.$$

$$Q_D = -R_B + q \cdot c = -65 \text{ кН} + 20 \text{ кН/м} \cdot 4 \text{ м} = 15 \text{ кН}.$$

Из эпюры Q видно, что в пределах участка BD поперечная сила принимает значение равное 0. Учитывая, что $\frac{dM}{dx} = Q$, в таком сечении M будет принимать экстремальное значение.

Определим положение сечения, в котором $Q=0$, после чего вычислим значение M в этот сечении.

Определить положение сечения можно двумя способами:

1-й способ.

$$Q(x) = -R_B + qx = 0; \quad x = 3,25 \text{ м}.$$

2-й способ.

Из пропорции, имеющей место на эпюре Q:

$$\frac{x}{4 - x} = \frac{65 \text{ кН}}{15 \text{ кН}}; \quad x = 3,25 \text{ м}.$$

$$M_{extr} = R_B \cdot 3,25 - q \cdot 3,5 \cdot \frac{3,25}{2} = 105,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Расчёт 2.1в

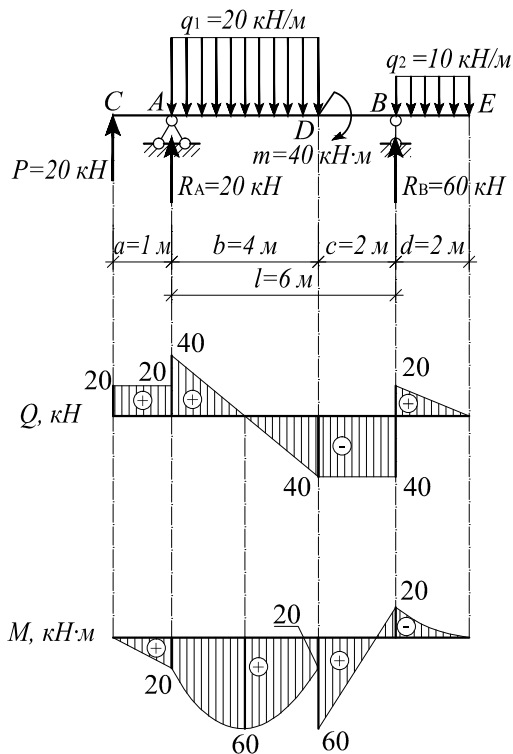


Рис.7 Для расчёта 2.1в

Балка, расчётная схема которой изображена на рис.7, называется «однопролётная шарнирноопёртая балка с консолями».

Определение опорных реакций.

$$\sum M_B = 0; \quad P(a+l) + R_A l - q_1 b(c+b/2) + m + q_2 \cdot d \cdot d/2 = 0;$$

$$R_A = \frac{-20 \text{ кН} \cdot 7 \text{ м} + 20 \text{ кН/м} \cdot 4 \text{ м} \cdot 4 \text{ м} - 40 \text{ кН} \cdot \text{м} - 10 \text{ кН/м} \cdot 2 \text{ м} \cdot 1 \text{ м}}{6 \text{ м}} = 20 \text{ кН};$$

$$P a + q_1 \cdot b \cdot b/2 + m - R_B l + q_2 \cdot d \cdot (l+d/2) = 0;$$

$$R_B = \frac{20 \text{ кН} \cdot 1 \text{ м} + 20 \text{ кН/м} \cdot 4 \text{ м} \cdot 2 \text{ м} + 40 \text{ кН} \cdot \text{м} + 10 \text{ кН/м} \cdot 2 \text{ м} \cdot 7 \text{ м}}{6 \text{ м}} = 60 \text{ кН}.$$

Проверка: $\sum Y=0$; $-P-R_A+q_1b-R_B-q_2d=0$;
 $-20\text{кН}-20\text{кН}+20\text{кН/м}\cdot 4\text{м}-60\text{кН}+10\text{кН/м}\cdot 2\text{м}=0$;
 $0=0$ – следовательно опорные реакции определены верно.

Определение усилий Q и M.

Консоль СА:

$$Q_{CA}=P=20\text{кН}.$$

$$M_C=0. \quad M_A=Pa=20\text{кН}\cdot 1\text{м}=20\text{кН}\cdot\text{м}.$$

Консоль ЕВ:

$$Q_E=0. \quad Q_B=q_2d=10\text{кН/м}\cdot 2\text{м}=20\text{кН}.$$

$$M_E=0. \quad M_B=-q_2\cdot d\cdot d/2=-10\text{кН/м}\cdot 2\text{м}\cdot 1\text{м}=-20\text{кН}\cdot\text{м}.$$

Участок AD:

$$Q_A=P+R_A=20\text{кН}+20\text{кН}=40\text{кН}.$$

$$Q_D=P+R_A-q_1b=20\text{кН}+20\text{кН}-20\text{кН/м}\cdot 4\text{м}=-40\text{кН}$$

$$M_A=20\text{кН}\cdot\text{м}.$$

$$M_D=P(a+b)+R_Ab-q_1\cdot b\cdot b/2=20\text{кН}\cdot(1\text{м}+4\text{м})+20\text{кН}\cdot 4\text{м}-20\text{кН/м}\cdot 4\text{м}\cdot 2\text{м}=20\text{кН}\cdot\text{м}.$$

Из характера эпюры Q очевидно, что сечение, где $Q=0$ расположено посередине участка AD ($|Q_A| = |Q_D|$).

$$M^{\text{extr}}=P(a+2)+R_A\cdot 2-q_1\cdot 2\cdot 2/2=60\text{кН}\cdot\text{м}.$$

Участок BD:

$$Q_{BD}=q_2d-R_B=10\text{кН/м}\cdot 2\text{м}-60\text{кН}=-40\text{кН}.$$

$$M_B^{\text{на BD}} = M_B^{\text{на EB}} = -20\text{кН}\cdot\text{м}.$$

$$M_D=-q_2\cdot d\cdot(c+d/2)+R_B\cdot c=-10\text{кН/м}\cdot 2\text{м}\cdot 3\text{м}+60\text{кН}\cdot 2\text{м}=60\text{кН}\cdot\text{м}.$$

Обращаем внимание:

При расчёте «слева-направо» и при расчёте «справа-налево» не учитывался m в сечении «D». Т.к. в первом случае рассматривалось сечение, расположенное бесконечно близко от сечения «D», но левее этого сечения, а во втором случае – правее этого сечения. Выполненные таким образом расчёты при построении эпюры M приводят к «скачку» на эпюре моментов в сечении «D». Этот скачок соответствует величине сосредоточенного момента m , приложенного в сечении «D».

На примере выполненных расчётов Вы убедились в существовании ряда закономерностей, большинство из которых связаны с дифференциальными зависимостями, которые связывают усилия M и Q , а также усилия с интенсивностью распределённой нагрузки q (см. лекции). Укажем некоторые из них:

1. На участках стержня, на которых действует равномерно распределённая нагрузка, $Q(x)$ – линейна, $M(x)$ – изменяется по закону квадратной параболы;
2. На участках стержня, где не действует распределённая нагрузка, $Q(x)=\text{const}$ или $Q(x)=0$, а $M(x)$ – линейна или $M(x)=\text{const}$ соответственно;
3. Если на участке стержня эпюра $Q(x)$ меняет знак на противоположный, то в сечении, где $Q(x)=0$, $M(x)$ принимает экстремальное значение;
4. В сечении, где приложена сосредоточенная сила, на эпюре $Q(x)$ – «скачок» на величину этой силы, а на эпюре $M(x)$ – излом в направлении действия силы;
5. В сечении, где приложен сосредоточенный момент, на эпюре $M(x)$ – «скачок» на величину этого момента, на эпюре $Q(x)$ изменений нет;
6. Выпуклость эпюры $M(x)$ на участке, где действует $q(x)$ – в направлении действия нагрузки.

Расчёт 2.1г

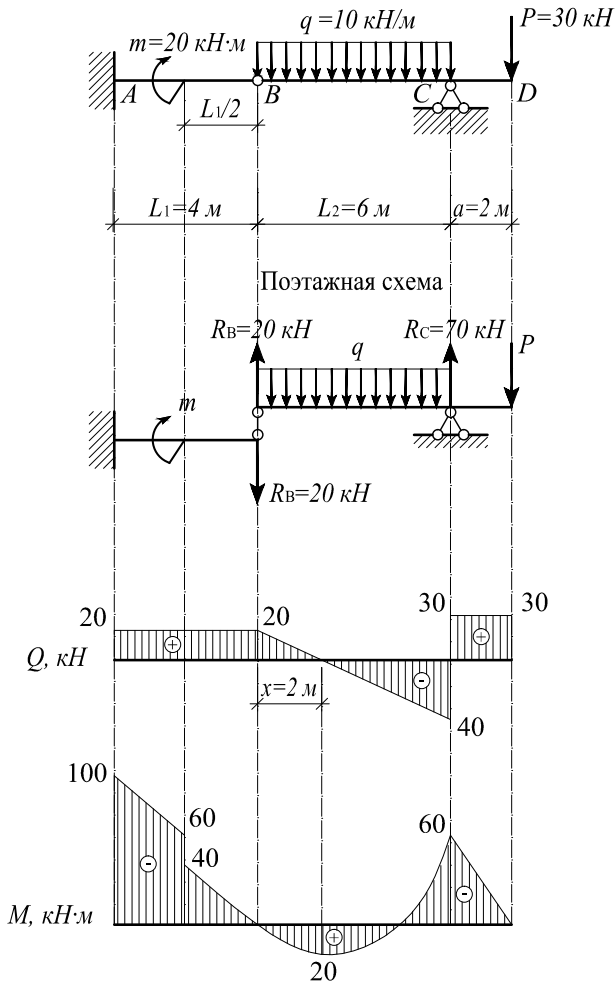


Рис.8 К расчёту 2.1г.

Балка, расчётная схема которой изображена на рис.8, называется балкой с промежуточным шарниром.

Пояснения:

Под промежуточным шарниром в балке понимают такой узел сопряжения частей балок по длине, который позволяет соединённым элементам хотя бы на малую величину поворачиваться друг относительно друга. Соответственно, т.к. данный узел не препятствует угловым перемещениям, то в нём $M=0$ (при отсутствии сосредоточенного момента, приложенного непосредственно в промежуточном шарнире).

Алгоритм определения внутренних усилий в статически определимых балках с промежуточным шарниром

Под промежуточным шарниром в балке понимают такой узел сопряжения частей балок по длине, который позволяет соединённым элементам хотя бы на малую величину поворачиваться друг относительно друга. Соответственно, т.к. данный узел не препятствует угловым перемещениям, то в нём $M=0$ (при отсутствии сосредоточенного момента, приложенного непосредственно в промежуточном шарнире).

В рассматриваемом примере: BD – несомая балка; AB – несущая балка.

Определение опорных реакций в несомой балке BD:

$$\sum M_C = 0. \quad R_B l_2 - q \cdot l_2 \cdot l_2 / 2 + P a = 0.$$

$$R_B = \frac{10 \text{ кН/м} \cdot 6 \text{ м} \cdot \frac{6 \text{ м}}{2} - 30 \text{ кН} \cdot 2 \text{ м}}{6 \text{ м}} = 20 \text{ кН (вверх)};$$

$$\sum M_B = 0. \quad q \cdot l_2 \cdot l_2 / 2 - R_C l_2 + P(a + l_2) = 0.$$

$$R_C = \frac{10 \text{ кН/м} \cdot 6 \text{ м} \cdot \frac{6 \text{ м}}{2} + 30 \text{ кН} \cdot 8 \text{ м}}{6 \text{ м}} = 70 \text{ кН (вверх)}.$$

$$\text{Проверка: } \sum Y = 0, \quad R_B + R_C - q l - P = 20 \text{ кН} + 70 \text{ кН} - 20 \text{ кН/м} \cdot 6 \text{ м} - 30 \text{ кН} = 90 - 90 = 0.$$

$0 \equiv 0$ – следовательно опорные реакции определены верно.

Определение усилий в несомой балке BD:

Участок DC:

$$Q_{DC}=P=30 \text{ кН},$$

$$M_D=0,$$

$$M_C=-Pa=-30\text{кН}\cdot 2\text{м}=-60\text{кН}\cdot\text{м}.$$

Участок BC:

$$Q_B=R_B=20\text{кН}. \quad Q_C=R_B-ql_2=20\text{кН}-10\text{кН/м}\cdot 6\text{м}=-40\text{кН},$$

$$M_B=0, \quad M_C=RB l_2-q\cdot l_2\cdot l_2/2=20\text{кН}\cdot 6\text{м}-10\text{кН/м}\cdot 6\text{м}\cdot 6\text{м}/2=-60 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Как видно из расчёта, на участке BC в одном из сечений $Q=0$, следовательно в этом же сечении M принимает экстремальное значение. Определим положение такого сечения и значение M^{extr} .

$$Q_X=R_B-qx=0, \quad x=2\text{м}.$$

$$M^{\text{extr}}=R_B\cdot 2-q\cdot 2\cdot 2/2=20 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Определение усилий в несущей балке AB:

Учитываем влияние несомой балки на несущую. Прикладываем к балке АВ реакцию R_B (вниз).

$$Q_{BA}=R_B=20\text{кН},$$

Участок BE:

$$M_B=0, \quad M_E=-R_B\cdot l_1/2=-40\text{кН}\cdot\text{м}.$$

$$M_A=-R_B\cdot l_1-m=-20\text{кН}\cdot 4\text{м}-20\text{кН}\cdot\text{м}=-100 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Расчёт 2.1д

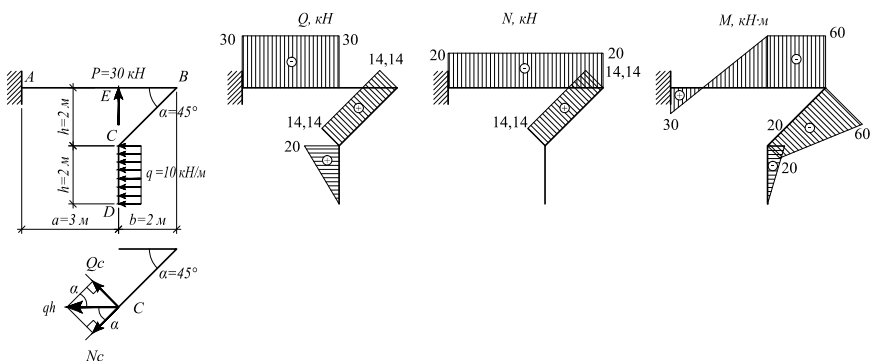


Рис.9 К расчёту 2.1д.

На рис.9 изображён криволинейный стержень. Расчёт криволинейных стержней имеет некоторые особенности, на которые мы обратим внимание в этом примере.

Стержень представляет собой жёсткозаделанную криволинейную консоль, поэтому внутренние усилия можно определить без предварительного вычисления опорных реакций.

Участок DC:

$$Q_D=0, \quad Q_C=qh=10\text{кН/м}\cdot 2\text{м}=20\text{кН}, \quad N_{CD}=0.$$

$$M_D=0, \quad M_C=-qh\cdot h/2=-10\text{кН/м}\cdot 2\text{м}\cdot 2\text{м}/2=-20\text{кН}\cdot\text{м}$$

Участок СВ:

Обратите внимание:

1. При расчёте стержня СВ необходимо воспользоваться принципом Сен-Венана и перенести нагрузки, действующие на стержень CD в точку D.

2. С учётом п.1 стержень CD испытывает воздействие результирующей распределённой нагрузки, которая приложена наклонно по отношению к оси стержня, т.е. такая нагрузка не является поперечной. Для определения усилий в таком случае, полную нагрузку следует разложить на нагрузку, действующую перпендикулярно оси стержня (поперечная нагрузка) и вдоль оси стержня (продольную) нагрузку. Тогда в сечении стержня возникнет три внутренних усилия: поперечная сила Q , изгибающий момент M и продольная сила N .

3. Узел «С» представляет собой жёсткий узел. В этом случае, изгибающий момент, который был получен в стержне до этого узла, переносится на стержень, который начинается после этого узла.

$$Q_C=Q_{CB}=qh\cdot\sin\alpha=20\cdot 0,707=14,14\text{ кН},$$

$$N_C=N_{CB}=qh\cdot\cos\alpha=20\cdot 0,707=14,14\text{ кН},$$

$$M_C=-20\text{кН}\cdot\text{м},$$

$$M_B=-20\text{кН}\cdot\text{м}-q\cdot h\cdot h=-20\text{кН}\cdot\text{м}-10\text{кН/м}\cdot 2\text{м}\cdot 2\text{м}=-60\text{кН}\cdot\text{м}.$$

Т.е. мы учитываем момент, который перенесли со стержня DC ($20\text{кН}\cdot\text{м}$), затем, пользуясь принципом Сен-Венана, переносим результирующую распределённой нагрузки в узел «С» ($q\cdot h$) и вычисляем момент в т.В от действия этой нагрузки ($q\cdot h\cdot h$).

Пояснения:

Вам известно, что изгибающий момент возникает от действия поперечной нагрузки. Поэтому, Вы можете возразить, что необходимо производить расчёт так:

$M_B = -20\text{кН/м} \cdot qh \cdot \sin\alpha \cdot l_{CB}$, т.е. поперечную нагрузку умножить на соответствующее плечо.

Однако, если учесть, что $l_{CB} = h/\sin\alpha$, получим

$$M_B = -20\text{кН} \cdot \text{м} - qh \cdot \sin\alpha \cdot \frac{h}{\sin\alpha} = -20\text{кН/м} - q \cdot h \cdot h \text{ (ср. с пред. реш.)}$$

Поэтому для упрощения вычислений пользуются 1-м способом.

Участок ВЕ:

Переносим нагрузки, находящиеся ниже т.В, в узел «В».

$$Q_{BE} = 0, \quad N_{BE} = -qh = -10\text{кН/м} \cdot 2\text{м} = -20\text{кН}.$$

$$M_B^{BE} = M_B^{BC} = -60\text{кН} \cdot \text{м},$$

$$M_E = -60\text{кН}\cdot\text{м}.$$

Пояснения:

$M_E = M_B = M_{EB} = -60\text{кН}$, т.к. никакие поперечные нагрузки не изменяют свои плечи при «переходе» из т. «В» в т. «Е». Или если пользоваться для анализа характера эпюры M известной дифференциальной зависимостью: $dM/dx = Q$, то из неё следует, что если $Q=0$ на участке ВЕ, то $M=\text{const}$.

Участок ЕА:

$$Q_{EA} = -P = -30 \text{ кН}, \quad N_{EA} = -20 \text{ кН},$$

$$M_E = -60 \text{ кН} \cdot \text{м}, \quad M_A = -60 \text{ кН} \cdot \text{м} + P \cdot a = -60 \text{ кН} \cdot \text{м} + 30 \text{ кН} \cdot 3 \text{ м} = 30 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Расчёт 2.1е

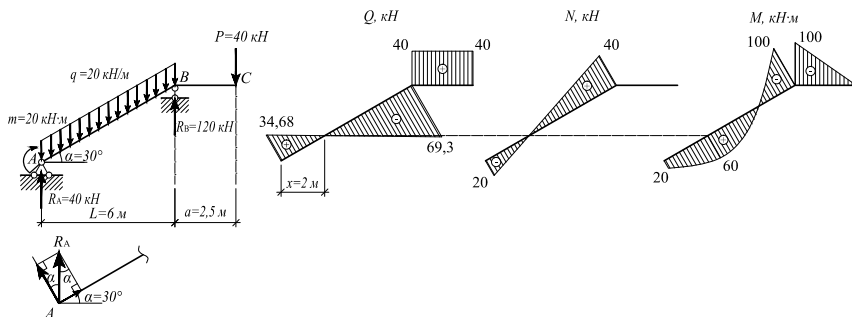


Рис.10 К расчёту 2.1е

Перед выполнением данного расчёта необходимо ознакомиться с примером расчёта 2.1.д.

Обратите внимание:

Распределённая нагрузка и сосредоточенная сила P действуют вертикально, но не перпендикулярно оси стержня AB , следовательно для определения внутренних усилий будем применять те же принципы, что и в расчёте 2.1д.

Определение опорных реакций:

$$\sum M_B = 0, \quad m + R_A l - q \cdot l \cdot l / 2 + P a = 0,$$

$$R_A = \frac{-20 \text{ кН} + 20 \text{ кН/м} \cdot 6 \text{ м} \cdot 6 \text{ м} / 2 - 40 \text{ кН} \cdot 2,5 \text{ м}}{6 \text{ м}} = 40 \text{ кН},$$

$$\sum M_A = 0, \quad m + q \cdot l \cdot l / 2 - R_B l + P(a + l) = 0,$$

$$R_B = \frac{20 \text{ кН} + 20 \text{ кН/м} \cdot 6 \text{ м} \cdot 6 \text{ м} / 2 + 40 \text{ кН} \cdot 8,5 \text{ м}}{6 \text{ м}} = 120 \text{ кН}.$$

Проверка:

$$\sum Y=0, \quad R_A+R_B-ql-P=0,$$

$$40\text{кН}+120\text{кН}-20\text{кН/м}\cdot 6\text{м}-40\text{кН}=160\text{кН}-160\text{кН}=0.$$

$0\equiv 0$ – следовательно опорные реакции определены верно.

Определение внутренних усилий:

Участок АВ:

$$Q_A=R_A\cdot\cos\alpha=40\text{кН}\cdot 0,867=34,68\text{кН},$$

$$N_A=-R_A\cdot\sin\alpha=-40\text{кН}\cdot 0,5=-20\text{кН}.$$

$$M_A=m=20\text{кН}\cdot\text{м}.$$

$$Q_B=R_A\cdot\cos\alpha-ql\cdot\cos\alpha=(40\text{кН}-20\text{кН/м}\cdot 6\text{м})\cdot 0,867=-69,3\text{кН}.$$

$$N_B=-R_A\cdot\sin\alpha+ql\cdot\sin\alpha=(-40\text{кН}+20\text{кН/м}\cdot 6\text{м})\cdot 0,5=40\text{кН}.$$

$$M_B=m+R_A l-ql\cdot l/2=20\text{кН}\cdot\text{м}+40\text{кН}\cdot 6\text{м}-20\text{кН/м}\cdot 6\text{м}\cdot 6\text{м}/2=-100\text{кН}\cdot\text{м}.$$

Пояснения:

Как уже отмечалось в пояснениях к расчёту 2.1д, строго говоря, $M_B=m+R_A\cdot\cos\alpha\cdot l_{AB}-ql\cos\alpha\cdot l_{AB}/2$.

Но, с учётом, что $l_{AB}=l/\cos\alpha$, имеем:

$$M_B=m+R_A\cdot\cos\alpha\cdot l/\cos\alpha -ql\cos\alpha\cdot l/\cos\alpha /2= m+R_A l-ql\cdot l/2.$$

В сечении, где $Q=0$, M -принимает экстремальное значение.

$$QX=R_A\cdot\cos\alpha-qx\cdot\cos\alpha=0,$$

$$x=\frac{R_A}{q}=2\text{м}.$$

$$M^{\text{extr}}=m+R_A x-qx\cdot x/2=20\text{кН}\cdot\text{м}+40\text{кН}\cdot 2\text{м}-20\text{кН/м}\cdot 2\text{м}\cdot 2\text{м}/2=60\text{кН}\cdot\text{м}.$$

Участок СВ.

$$Q_{CB}=P=40\text{кН}, \quad N_{CB}=0.$$

$$M_C=0, \quad M_B=-P\cdot a=-40\text{кН}\cdot 2,5\text{м}=-100\text{кН}\cdot\text{м}.$$

Обратите внимание:

При определении моментов расчётом «слева-направо» и «справа-налево» получили одно и то же значение момента, что соответствует представлению о моменте в жёстком узле сопряжения стержней.

Расчёт 2.1ж

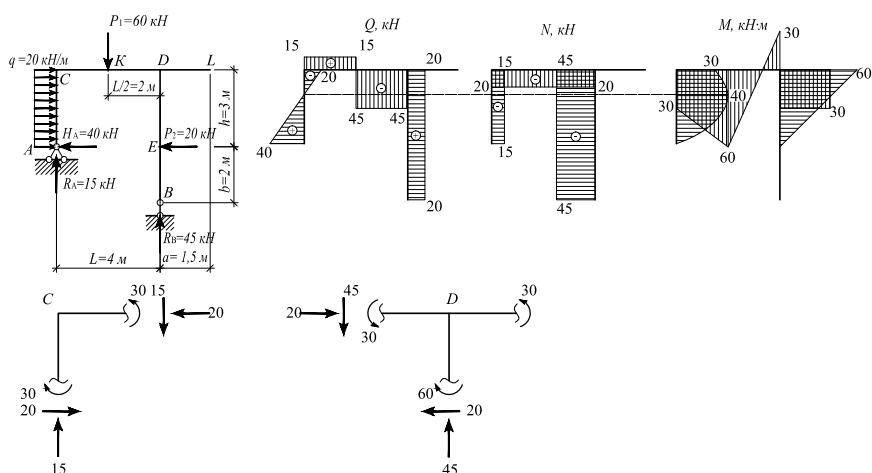


Рис.11 К расчёту 2.1ж

На рис.11 изображена расчётная схема рамы. Рамой называется плоская стержневая система, стержни которой во всех или некоторых узлах жёстко соединены между собой. В стержнях рамы возникают три внутренних усилия: Q , M и N .

Вертикальные стержни рамы называются стойками (колоннами), горизонтальные – ригелями.

Определение опорных реакций:

$$\sum M_A = 0, \quad R_B l + m - P_1 \cdot l/2 - q \cdot h \cdot h/2 = 0,$$

$$R_B = \frac{-30 \text{ кН} \cdot \text{м} + 60 \text{ кН} \cdot 2 \text{ м} + 20 \text{ кН/м} \cdot 3 \text{ м} \cdot 1,5 \text{ м}}{4 \text{ м}} = 45 \text{ кН}.$$

$$\sum M_E = 0, R_A l + q \cdot h \cdot h/2 - P_1 \cdot l/2 - m = 0,$$

$$R_A = \frac{-20 \text{ кН/м} \cdot 3 \text{ м} \cdot 1,5 \text{ м} + 60 \text{ кН} \cdot 2 \text{ м} + 30 \text{ кН} \cdot \text{м}}{4 \text{ м}} = 15 \text{ кН},$$

$$\text{Проверка: } \sum Y = 0, R_A + R_B - P_1 = 15 \text{ кН} + 45 \text{ кН} - 60 \text{ кН} = 0.$$

$0 \equiv 0$ – следовательно опорные реакции определены верно

$$\sum M_B = R_A \cdot l - H_A \cdot h + q \cdot h \cdot (h + h/2) - P_1 \cdot l/2 - m - P_2 h = 0.$$

$$H_A = \frac{15 \text{ кН} \cdot 4 \text{ м} + 20 \text{ кН/м} \cdot 3 \text{ м} \cdot 4,5 \text{ м} - 60 \text{ кН} \cdot 2 \text{ м} - 30 \text{ кН} \cdot \text{м} - 20 \text{ кН} \cdot 3 \text{ м}}{3 \text{ м}} = 40 \text{ кН}.$$

$$\text{Проверка: } \sum X = 0. qh - H_A - P_2 = 60 \text{ кН} - 40 \text{ кН} - 20 \text{ кН} = 0.$$

$0 \equiv 0$ – следовательно опорные реакции определены верно.

Определение

Стойка AC.

$$Q_A = H_A = 20 \text{ кН}, Q_C = H_A - q \cdot h = 40 \text{ кН} - 20 \text{ кН/м} \cdot 3 \text{ м} = -20 \text{ кН}.$$

$$Q_X = H_A - q \cdot x = 0, x = 2 \text{ м}.$$

$$N_{AC} = -R_A = -15 \text{ кН},$$

$$M_A = 0,$$

$$M_C = H_A \cdot h - q \cdot h \cdot h/2 = 40 \text{ кН} \cdot 3 \text{ м} - 20 \text{ кН/м} \cdot 3 \text{ м} \cdot 1,5 \text{ м} = 30 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M_X = H_A \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 2/2 = 40 \text{ кН} \cdot 2 \text{ м} - 20 \text{ кН/м} \cdot 2 \text{ м} \cdot 1,0 \text{ м} = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Ригель CD.

$$Q_{CK} = R_A = 15 \text{ кН}, Q_{KD} = R_A - P_1 = 15 \text{ кН} - 60 \text{ кН} = -45 \text{ кН}.$$

$$N_{CD} = H_A - q \cdot h = 40 \text{ кН} - 20 \text{ кН/м} \cdot 3 \text{ м} = -20 \text{ кН}.$$

В жёстком узле «С» необходимо момент со стойки AC «перенести» на ригель CD.

$$M_C = 30 \text{ кН} \cdot \text{м}, M_K = 30 + R_A \cdot l/2 = 30 \text{ кН} \cdot \text{м} + 15 \text{ кН} \cdot 2 \text{ м} = 60 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$M_D = 30 + R_A \cdot l - P_1 \cdot l/2 = 30 \text{ кН} \cdot \text{м} + 15 \text{ кН} \cdot 4 \text{ м} - 60 \text{ кН} \cdot 2 \text{ м} = -30 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Консоль LD.

$$Q_{LD}=0, N_{LD}=0, M_{LD}=m=30\text{кН}\cdot\text{м}.$$

Стойка BD:

$$Q_{BE}=0, N_{BD}=-45\text{кН},$$

$$M_{BE}=0, M_D=-P_2\cdot h=-20\text{кН}\cdot 3\text{м}=-60\text{кН}\cdot\text{м}.$$

Проверка равновесия узлов.

Необходимо ознакомиться:

Правильность определения усилий можно проверить, рассмотрев равновесие жёстких узлов, следуя следующему алгоритму:

1. Мысленно вырезаем жёсткий узел из рамы;

2. Прикладываем к этому узлу внешнюю нагрузку (сосредоточенные силы и моменты, если таковые приложены непосредственно в рассматриваемом узле) и внутренние усилия, действующие в каждом из стержней, сходящихся в рассматриваемом узле. Внутренние усилия учитываем следующим образом: прикладываем усилия таким образом, чтобы их направление соответствовало знаку на эпюрах;

3. Составляем условие равновесия: $\sum Y=0$, $\sum X=0$ и $\sum M=0$.

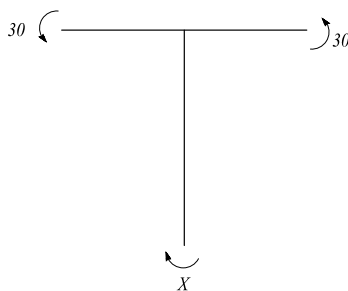


Рис.12 К определению моментов в раме из условия равновесия её узла.

Узел «С».

$$\sum Y = -15 + 15 = 0, \quad \sum X = -20 + 20 = 0, \quad \sum M = 30 - 30 = 0.$$

Узел «D».

$$\sum Y = -45 + 45 = 0, \quad \sum X = -20 + 20 = 0, \quad \sum M = 30 + 30 - 60 = 0.$$

Условие равновесия узлов обеспечено, следовательно усилия определены верно.

Обратите внимание:

Условие равновесия узлов можно использовать также для определения неизвестных усилий в одном из стержней, приходящих в узел.

Так, например, вычислим MD в стойке DB, при известных MD на ригеле CD и консоли LD. На рисунке показаны значения и направления известных моментов, искомый момент обозначен за X.

Тогда из равновесия узла «D» следует:

$$-30 - 30 + X = 0, \quad X = 60.$$

В условии равновесия моменты, вращающие узел в противоположные стороны, принимаем с противоположным знаком.

Расчёт 2.2.

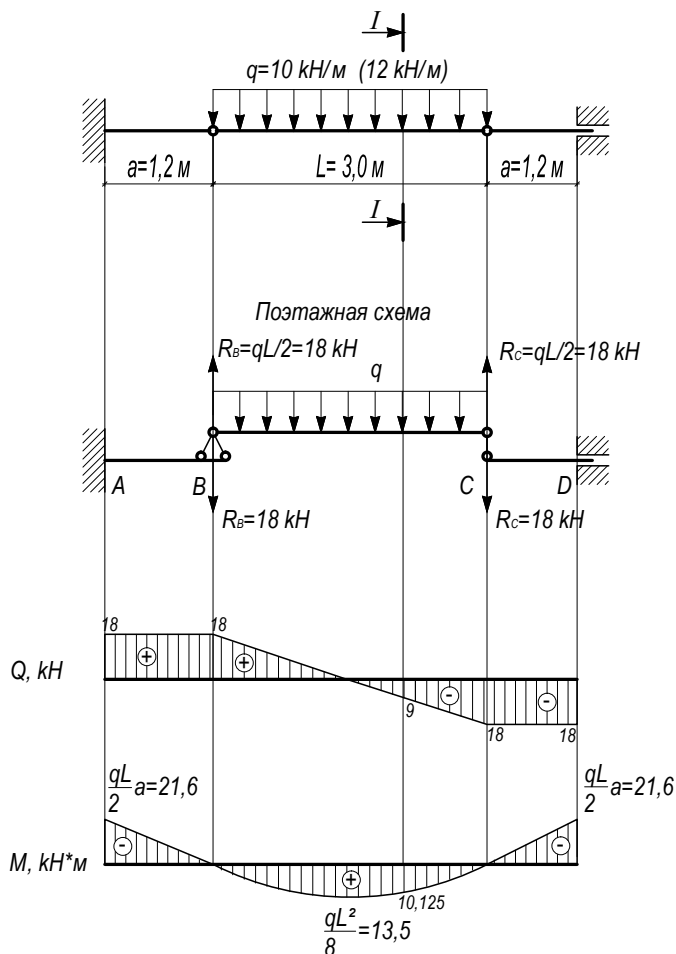


Рис.13К расчёту 2.2. Расчётная схема и эпюры усилий.

На рис. 13 изображена расчётная схема деревянной балки прямоугольного сечения. В сечении I-I балка имеет местное ослабление. На основании расчёта требуется:

1. Подобрать сечение балки из условия прочности по нормальным напряжениям;
2. Проверить выбранное сечение на выполнение условия прочности по касательным напряжениям;

3. Построить эпюры нормальных и касательных напряжений в опасных сечениях;
4. Определить нормальные, касательные и главные напряжения в ослабленном сечении. Построить эпюры. Проверить прочность ослабленного сечения по нормальным и касательным напряжениям.
5. Определить положение главных площадок в характерных точках балки в ослабленном сечении и показать положение этих площадок на виде балки сбоку.

Исходные данные для расчёта:

-) коэффициенты метода предельных состояний: коэффициент условий работы $\gamma_c=0,85$, коэффициент надёжности по нагрузке $\gamma_f=1,2$;
-) прочностные характеристики материала балки:

Балку предполагается выполнить из сосны. Сорт древесины - 2. Расчётное сопротивление сжатию (растяжению) волокон при изгибе $R=13\text{МПа}$. Расчётное сопротивление скалыванию $R_s=1,6\text{МПа}$.

Выполним расчёт.

1. *Подбор сечения балки из условия прочности по нормальным напряжениям.*

Определим расчётное значение нагрузки:

$$q^{\text{расч}} = q \cdot \gamma_f = 10 \text{ кН/м} \cdot 1,2 = 12 \text{ кН/м}.$$

Строим эпюры изгибающих моментов и поперечных сил от действия расчётных нагрузок.

Определяем сечение опасное по нормальным напряжениям – сечение, где действует наибольший по абсолютной величине изгибающий момент.

Опасным является сечение в заделке.

$$M_z^{\text{н.б.}} = -21,6 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Запишем условие прочности по нормальным напряжениям при изгибе:

$$\sigma_x^{н.б.} = \frac{|M_z^{н.б.}|}{W} \leq \gamma_c R, \text{ где}$$

$M_z^{н.б.}$ – изгибающий момент в опасном сечении от действия расчётных нагрузок;

W – момент сопротивления сечения относительно нейтральной оси Oz для крайних волокон балки.

$$\text{Отсюда, } W \geq \frac{M_{н.б.}}{\gamma_c R} = \frac{21,6 \cdot 10^2 \text{ кН} \cdot \text{см}}{0,85 \cdot 1,3 \text{ кН/см}^2} = 1954,8 \text{ см}^3.$$

Обратите внимание:

$$1 \text{ кН} \cdot \text{м} = 100 \text{ кН} \cdot \text{см}.$$

С использованием ГОСТ 24454-80 принимаем значение одной из сторон (как правило, ширины сечения), пусть, например, $b=175 \text{ мм}$.

Тогда, вспоминая, что для прямоугольного сечения

$$W = \frac{I_z}{h/2} = \frac{bh^3}{12} \cdot \frac{2}{h} = \frac{bh^2}{6},$$

$$\text{получим: } h \geq \sqrt{\frac{6W}{b}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 1954,8 \text{ см}^3}{17,5 \text{ см}}} = 25,8 \text{ см}.$$

Как следует из ГОСТ, пиломатериалы высотой превышающей 25 см – не производятся, следовательно для дальнейшего подбора сечения, выберем большую ширину: $b=20 \text{ см}$.

$$h \geq \sqrt{\frac{6 \cdot 1954,8 \text{ см}^3}{20 \text{ см}}} = 24,2 \text{ см}.$$

Таким образом, (с учётом размеров сечения деревянного бруса, принятых ГОСТ) окончательно принимаем сечение

200x250 мм с

$$W = \frac{20\text{см} \cdot (25\text{см})^2}{6} = 2083\text{см}^3 > 1954,8\text{см}^3.$$

Для построения эпюры напряжений вычислим напряжения в крайних волокнах балки. Одновременно, в качестве дополнительного контроля, проверим выполняется ли условие прочности:

$$\sigma_x^{\text{н.б.}} = \frac{21,6 \cdot 10^2 \text{кН} \cdot \text{см}^2}{2083\text{см}^3} = 1,04 \text{кН/см}^2 = 10,4\text{МПа} < 0,85 \cdot 13\text{МПа} = 11,05\text{МПа}$$

– условие прочности выполняется.

Как определить знак на эпюре нормальных напряжений?

Необходимо обратиться к эпюре изгибающих моментов. Как известно, эпюра моментов строится со стороны растянутых волокон (если эпюра нарисована снизу, то и растягиваются нижние волокна и наоборот). Растяжение волокон возникает из-за действия растягивающих напряжений, сжатие, соответственно, - из-за сжимающих. Необходимо определить, какие волокна растягиваются в сечении, где требуется построить эпюру напряжений. Если растягиваются, например, нижние волокна, то следовательно, нижняя часть эпюры соответствует растяжению и на основании правила знаков для нормальных напряжений в нижней части эпюры ставим знак «+».

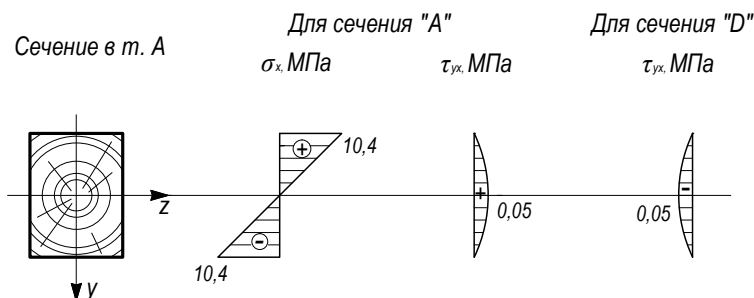


Рис.14 Эпюры напряжений в опасных сечениях.

2. Проверка прочности балки по касательным напряжениям.

Условие прочности по касательным напряжениям:

$$\tau_{н.б.} \leq \gamma_c \cdot R_s$$

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} = \frac{Q_y S_z^{отс}(y)}{I_z b(y)}, \text{ где}$$

Q_y – поперечная сила, в сечении, где определяются напряжения;

$S_z^{отс}(y)$ – статический момент отсечённой, на уровне, где определяются касательные напряжения, части сечения. Зависит от координаты y (изменяется по высоте сечения);

I_z – осевой момент инерции;

$b(y)$ – ширина сечения на уровне, где определяются касательные напряжения. В общем случае, может зависеть от координаты y (изменяется по высоте сечения).

$$S_z^{отс} = F^{отс} y_c, \text{ где}$$

$F^{отс}$ – площадь отсечённой части сечения;

y_c – расстояние от центральной оси отсечённой части сечения до оси Oz .

Максимальные касательные напряжения возникают на оси Oz .

Для этого уровня в случае симметричного сечения $S_z^{отс} = S_z^{1/2}$ – статический момент полусечения.

Таким образом, в нашем случае:

$$\tau_{yx}^{н.б.} = \tau_{xy}^{н.б.} = \frac{Q_y^{н.б.} S_z^{1/2}}{I_z b}, \text{ где}$$

$Q_y^{н.б.}$ – поперечная сила от действия расчётных нагрузок в сечении опасном по касательным напряжениям.

Определение: сечение опасное по касательным напряжениям – сечение, где возникает наибольшая по абсолютной величине поперечная сила.

В нашем случае:

В качестве опасного сечения можно принять любое сечение на несущей части балки с $Q_y^{н.б.} = 18 \text{ кН}$,

$$S_z^{1/2} = \frac{bh}{2} \cdot \frac{h}{4} = \frac{20 \text{ см} \cdot 25 \text{ см}}{2} \cdot \frac{25 \text{ см}}{4} = 1562,5 \text{ см}^3;$$

$$I_z = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{20 \text{ см} \cdot (25 \text{ см})^3}{12} = 26042 \text{ см}^4.$$

Тогда,

$$\tau^{н.б.} = \frac{18 \text{ кН} \cdot 1562,5 \text{ см}^3}{26042 \text{ см}^4 \cdot 20 \text{ см}} = 0,05 \text{ кН/см}^2 = 0,5 \text{ МПа} < 0,85 \cdot 1,6 \text{ МПа} = 1,36 \text{ МПа}$$

– условие прочности выполняется.

Принимая во внимание, что в верхних волокнах $\tau_{yx} = \tau_{yx} = 0$ (для верхних волокон $F^{отс} = 0$, а для нижних $S_z^{отс} = S_z = 0$, как статический момент относительно центральных осей), строим эпюру напряжений.

Обратите внимание:

Знак на эпюре касательных напряжений определяется знаком поперечной силы.

4. *Определим нормальные, касательные и главные напряжения в ослабленном сечении.*

Усилия, действующие в ослабленном сечении:

$$M_{\text{расч}} = \frac{ql}{2} \cdot \frac{l}{4} - \frac{ql}{4} \cdot \frac{l}{8} = 10,125 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_{\text{расч}} = -\frac{ql}{2} + \frac{ql}{4} = -9 \text{ кН}.$$

Определим геометрические характеристики ослабленно-го сечения.

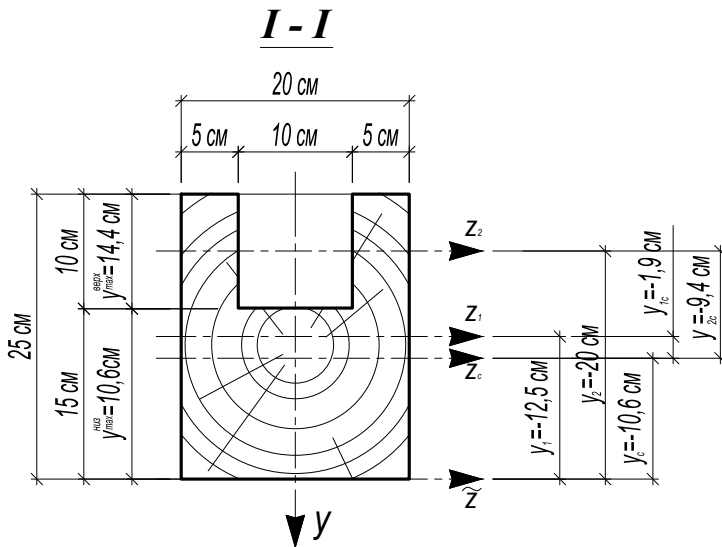


Рис.15 К определению геометрических характеристик сечения.

Положение центральных осей:

$$y_c = \frac{S_z}{F} = \frac{F^{(1)}y_1 - F^{(2)}y_2}{F^{(1)} - F^{(2)}} = \frac{500\text{см}^2 \cdot (-12,5\text{см}) - 100\text{см}^2 \cdot (-20\text{см})}{500\text{см}^2 - 100\text{см}^2} = -10,6 \text{ см}$$

(откладываем от оси $O\tilde{z}$, в отрицательном направлении Оу (т.к. знак «-»)).

$$\begin{aligned} I_z &= I_z^{(1)} - I_z^{(2)} = \left(I_{z1}^{(1)} + y_{1c}^2 F^{(1)} \right) - \left(I_{z2}^{(2)} + y_{2c}^2 F^{(2)} \right) = \\ &= \frac{20\text{см} \cdot (25\text{см})^3}{12} + (-1,9\text{см})^2 \cdot 500\text{см} - \left(\frac{(10\text{см})^4}{12} + (-9,4\text{см})^2 \cdot 100\text{см}^2 \right) = \\ &= 18\,177\text{см}^4. \end{aligned}$$

$$W_{\text{верх}} = \frac{I_z}{|y_{\text{н.б.}}^{\text{верх}}|} = \frac{18177\text{см}^4}{14,4\text{см}} = 1262 \text{ см}^3;$$

$$W_{\text{нижн}} = \frac{I_z}{|y_{\text{н.б.}}^{\text{нижн}}|} = \frac{18177\text{см}^4}{10,6\text{см}} = 1715 \text{ см}^3.$$

Обратите внимание:

Напряжения σ_x , τ_{xy} и т.п. действуют на координатных площадках, т.е. на таких площадках, нормальными к которым являются взаимно перпендикулярные оси x, y, z . Эти оси могут быть направлены в любом направлении, но, как правило, выбор осей осуществляется из соображений удобства анализа напряжённого состояния или расчёта. Так, например, при расчёте стрижней одна ось направляется вдоль оси стержня, а другие совмещаются с главными центральными осями его сечения.

В тоже время в любой точке тела существуют «особенные» взаимно перпендикулярные площадки: касательные напряжения, на которых отсутствуют. Такие площадки называются главными площадками, нормали к таким площадкам – главными осями напряжённого состояния (обозначаются цифрами «1», «2», «3»), действующие на них нормальные напряжения $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ – главными напряжениями.

В балках при изгибе, где имеет место 2-х осное напряжённое состояние, в каждой точке сечения действуют σ_1, σ_2 .

В общем случае главные и координатные оси не совпадают.

В ряде случаев возникает необходимость производить расчёт на прочность на действие главных напряжений. При этом опасным с точки зрения действия нормальных напряжений является сечение, где и изгибающий момент, и поперечная сила одновременно принимают достаточно большие значения.

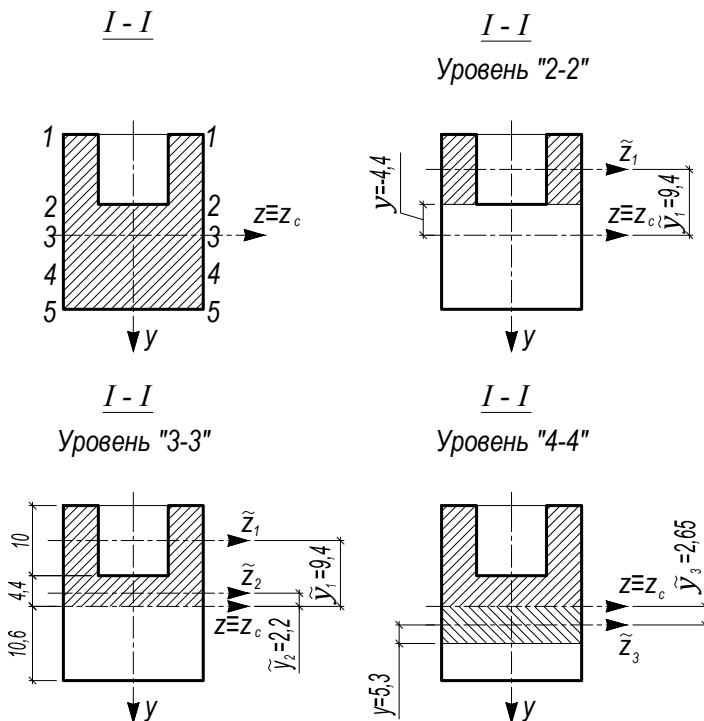


Рис.16 К определению касательных напряжений.

Уровень «1-1»(верхний слой):

$$|\sigma_x| = \frac{M}{W_{\text{верх}}} = \frac{10,125 \cdot 10^2 \text{ кН} \cdot \text{см}^2}{1262 \text{ см}^3} = 0,80 \text{ кН/см}^2 = 8 \text{ МПа}.$$

Из анализа эпюры моментов видим, что волокна верхнего слоя сжаты, а следовательно с учётом правила знаков для нормальных напряжений имеем: $\sigma_x = -8 \text{ МПа}$.

$$\tau_{yx} = 0, \text{ т.к. } F_{\text{омс}} = 0.$$

Формула для определения главных напряжений при изгибе:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{yx}^2}, \quad (\text{«+» для } \sigma_1, \text{ " - " для } \sigma_2).$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{-8 \text{ МПа}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-8 \text{ МПа}}{2}\right)^2 + 0} = -4 \text{ МПа} \pm 4 \text{ МПа}.$$

$$\sigma_1 = 0 \text{ МПа}, \quad \sigma_2 = -8 \text{ МПа}.$$

Напомним:

Положение главных осей определяем по формулам:

$$tg \alpha_1 = \frac{\tau_{yx}}{\sigma_1}, \text{ где } \alpha_1 - \text{угол между осью } Oz \text{ и "1";}$$

$$tg \alpha_2 = \frac{\tau_{yx}}{\sigma_2}, \text{ где } \alpha_2 - \text{угол между осью } Oz \text{ и "2";}$$

Если $\alpha > 0$, то поворот от оси z к главным осям осуществляется по ходу часовой стрелки.

Для проверки правильности определения положения главных осей может служить условие: $|\alpha_1| + |\alpha_2| = 90^\circ$.

$$tg \alpha_1 = 0; \quad tg \alpha_2 = 0; \quad \alpha_1 = \alpha_2 = 0.$$

Таким образом, главные оси совпадают с координатными.

Уровень «2-2» (низ выпила).

Напомним формулу для определения нормальных напряжений в любой точке поперечного сечения балки при изгибе:

$$\sigma_x = \frac{M_z}{J_z} y, \text{ где}$$

M_z – изгибающий момент в сечении, где определяется напряжение;

J_z – момент инерции относительно оси z ;

y – координата точки поперечного сечения, в которой определяется напряжение.

В данной формуле все величины берутся со своим знаком.

$$\sigma_x = \frac{10,125 \cdot 10^2 \text{ кН} \cdot \text{см}}{18177 \text{ см}^4} (-4,4 \text{ см}) = -0,245 \text{ кН/см}^2 = -2,45 \text{ МПа}.$$

Т.к. на уровне «2-2» из-за наличия выпила меняется ширина сечения, то касательные напряжения здесь будем вычислять дважды, принимая для:

2-2 (сверху): $b=20-10=10 \text{ см}$;

2-2 (снизу): $b=20 \text{ см}$.

В обоих случаях:

$$S_z^{\text{отс}} = F^{\text{отс}} \cdot \tilde{y}_c = 2 \cdot 5 \text{ см} \cdot 10 \text{ см} \cdot 9,4 \text{ см} = 940 \text{ см}^3.$$

2-2 (сверху):

$$\tau_{yx} = \frac{-9 \text{ кН} \cdot 940 \text{ см}^3}{18177 \text{ см}^4 \cdot 10 \text{ см}} = -0,047 \text{ кН/см}^2 = -0,47 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{-2,45 \text{ МПа}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2,45 \text{ МПа}}{2}\right)^2 + (-0,47 \text{ МПа})^2} = -1,22 \text{ МПа} \pm 1,31 \text{ МПа}.$$

$$\sigma_1 = -1,22 \text{ МПа} + 1,31 \text{ МПа} = 0,09 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = -1,22 \text{ МПа} - 1,31 \text{ МПа} = -2,53 \text{ МПа}.$$

$$\text{tg} \alpha_1 = \frac{-0,47 \text{ МПа}}{0,09 \text{ МПа}} = -5,222, \quad \alpha_1 = -79,16^\circ \text{ (против часовой);}$$

$$\text{tg} \alpha_2 = \frac{-0,47 \text{ МПа}}{-2,53 \text{ МПа}} = 0,186, \quad \alpha_2 = 10,54^\circ \text{ (по часовой).}$$

2-2 (снизу):

$$\tau_{yx} = \frac{-9 \text{ кН} \cdot 940 \text{ см}^3}{18177 \text{ см}^4 \cdot 20 \text{ см}} = -0,0235 \text{ кН/см}^2 = -0,235 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{-2,45 \text{ МПа}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2,45 \text{ МПа}}{2}\right)^2 + (-0,235 \text{ МПа})^2} = -1,22 \text{ МПа} \pm 1,247 \text{ МПа}.$$

$$\text{tg} \alpha_1 = \frac{-0,235 \text{ МПа}}{0,022 \text{ МПа}} = -10,682, \quad \alpha_1 = -84,65^\circ \text{ (против часовой);}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{-0,235 \text{ МПа}}{-2,472 \text{ МПа}} = 0,095, \quad \alpha_2 = 5,43^\circ \text{ (по часовой).}$$

Уровень 3-3 (нейтральный слой).

$$\sigma_x = 0$$

$$S_z^{\text{отс}} = F^{(1)\text{отс}} \cdot \tilde{y}_{1c} + F^{(2)\text{отс}} \cdot \tilde{y}_{2c} = 2 \cdot 5 \text{ см} \cdot 10 \text{ см} \cdot 9,4 \text{ см} + 4,4 \text{ см} \cdot 20 \text{ см} \cdot 2,2 \text{ см} = 1133,6 \text{ см}^3.$$

$$\tau_{yx} = \frac{-9 \text{ кН} \cdot 1133,6 \text{ см}^3}{18177 \text{ см}^4 \cdot 20 \text{ см}} = -0,0280 \text{ кН/см}^2 = -0,280 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{1,2} = \pm \sqrt{(-0,280 \text{ МПа})^2},$$

$$\sigma_1 = 0,28 \text{ МПа}, \quad \sigma_2 = -0,28 \text{ МПа},$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{-0,280 \text{ МПа}}{0,28 \text{ МПа}} = -1, \quad \alpha_1 = -45^\circ \text{ (против часовой);}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{-0,280 \text{ МПа}}{-0,280 \text{ МПа}} = 1, \quad \alpha_2 = 45^\circ \text{ (по часовой).}$$

Обратите внимание:

На нейтральной оси главные оси расположены под углом 45° к координатным осям, а действующие вдоль них главные напряжения численно равны касательным напряжениям, действующим на координатных площадках. Данное обстоятельство используют для экспериментального определения этих касательных напряжений. В учебном плане механики материалов предусмотрена лабораторная, посвящённая данной проблеме.

Уровень «4-4».

$$\sigma_x = \frac{10,125 \cdot 10^2 \text{ кН} \cdot \text{см}}{18177 \text{ см}^4} (5,3 \text{ см}) = 0,295 \text{ кН/см}^2 = 2,95 \text{ МПа}.$$

$$S_z^{\text{отс}} = S_z^{\text{отс}} (\text{для уровня } 3-3) + F^{(2)\text{отс}} \cdot \tilde{y}_{2c} = 1133,6 \text{ см}^3 + \\ -5,3 \text{ см} \cdot 20 \text{ см} \cdot 2,65 \text{ см} = 852,7 \text{ см}^3.$$

(Знак « $\ll - \gg$ » ставим потому, что отсекаемые части сечения находятся по разные стороны оси Oz).

$$\tau_{yx} = \frac{-9 \text{ кН} \cdot 852,7 \text{ см}^3}{18177 \text{ см}^4 \cdot 20 \text{ см}} = -0,0211 \text{ кН/см}^2 = -0,211 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{2,95 \text{ МПа}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2,95 \text{ МПа}}{2}\right)^2 + (-0,211 \text{ МПа})^2} \\ = 1,475 \text{ МПа} \pm 1,490 \text{ МПа}.$$

$$\sigma_1 = 1,475 \text{ МПа} + 1,490 \text{ МПа} = 2,965 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = 1,475 \text{ МПа} - 1,490 \text{ МПа} = -0,015 \text{ МПа}.$$

$$\text{tg} \alpha_1 = \frac{-0,211 \text{ МПа}}{2,965 \text{ МПа}} = -0,071, \quad \alpha_1 = -4,07^\circ \text{ (против часовой);}$$

$$\text{tg} \alpha_2 = \frac{-0,211 \text{ МПа}}{-0,015 \text{ МПа}} = 14,067, \quad \alpha_2 = 85,93^\circ \text{ (по часовой).}$$

Уровень «5-5» (нижний слой).

$$|\sigma_x| = \frac{M}{W_{\text{нижн}}} = \frac{10,125 \cdot 10^2 \text{ кН} \cdot \text{см}^2}{1715 \text{ см}^3} = 0,59 \text{ кН/см}^2 = 5,9 \text{ МПа}.$$

Из анализа эпюры моментов видим, что нижние волокна растянуты, а следовательно с учётом правила знаков для нормальных напряжений имеем: $\sigma_x = 5,9 \text{ МПа}$.

$$\tau_{yx} = 0, \text{ т.к. } S_z^{\text{отс}} = S_z = 0.$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{5,9 \text{ МПа}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5,9 \text{ МПа}}{2}\right)^2 + 0} = 2,95 \text{ МПа} \pm 2,95 \text{ МПа}.$$

$$\sigma_1 = 5,9 \text{ МПа}, \quad \sigma_2 = 0 \text{ МПа}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = 0; \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = 0; \quad \alpha_1 = \alpha_2 = 0.$$

Таким образом, главные оси совпадают с координатными.
Представим результаты в виде таблицы:

Уровень	σ_x , МПа	τ_{xy} , МПа	σ_1 , МПа	σ_2 , МПа	α_1 , град	α_2 , град
1-1	-8	0	0	-8	0	0
2-2 (сверху)	-2,45	-0,47	0,09	-2,53	-79,16	10,54
2-2 (снизу)		-0,235	0,022	-2,47	-84,65	5,43
3-3	0	-0,28	0,28	-0,28	-45	45
4-4	2,95	-0,211	2,965	-0,015	-4,07	85,93

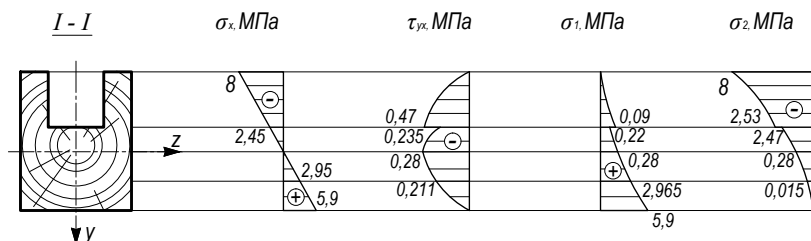


Рис.17 Эпюры напряжений в ослабленном сечении.

Строим эпюры напряжений.

Из анализа эпюр определяем наибольшие напряжения и производим расчёт на прочность.

$$|\sigma_x^{\text{н.б.}}| = 8 \text{ МПа} \leq 0,85 \cdot 13 \text{ МПа} = 11,05 \text{ МПа} - \text{условие прочности по нормальным напряжением выполняется.}$$

$$|\tau_{xy}^{\text{н.б.}}| = 0,47 \text{ МПа} \leq 0,85 \cdot 1,6 \text{ МПа} = 1,36 \text{ МПа} - \text{условие прочности по касательным напряжениям выполняется.}$$

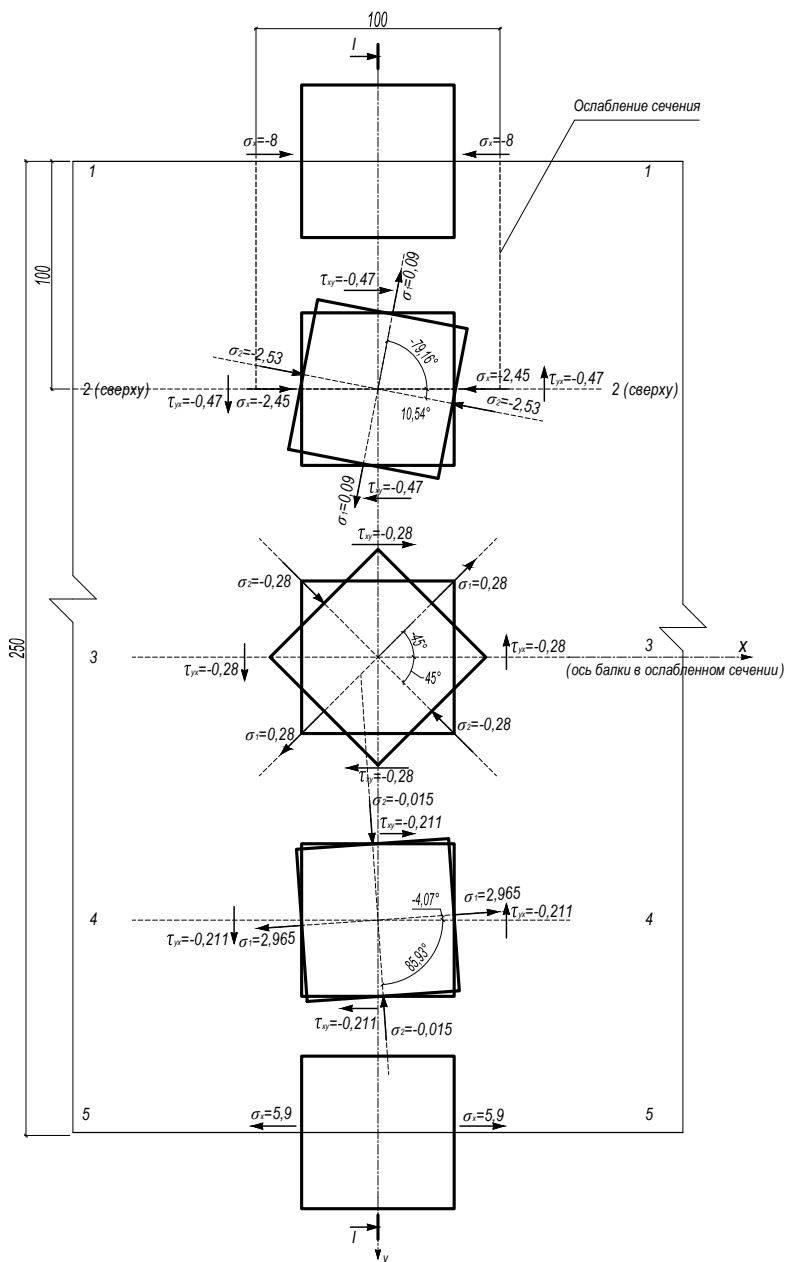


Рис.18 Главные площадки и главные напряжения.

Расчёт 2.3.1.

Для балки, изображённой на рис.19 требуется:

1. Подобрать сечение из двутавра из условия прочности по нормальным напряжениям. Построить эпюру нормальных напряжений;
2. В сечении, где изгибающий момент и поперечная сила принимают одновременно достаточно большие значения, проверить прочность сечения по главным напряжениям на уровне сопряжения полки со стенкой. Построить в этом сечении эпюры нормальных и касательных напряжений;
3. Методом начальных параметров определить значения прогибов и углов поворота в характерных сечениях балки. Определить положение сечений, в которых прогибы и углы поворота принимают экстремальное значение, а также определить величину перемещений в этих сечениях;
4. Выполнить проверку вычисленных перемещений. Для этого методом Мора определить значение начальных кинематических параметров v_0 и φ_0 , скачков углов поворота $\Delta\varphi$ в промежуточном шарнире, а также 2-х перемещений в сечениях по выбору;
5. Построить эпюры прогибов $v(x)$ и углов поворота $\varphi(x)$, обращая внимание на их характерные особенности (точки экстремумов, изломы, зависимость кривизны эпюр перемещений от знака усилий);
6. Выполнить расчёт балки по II группе предельных состояний (расчёт на жёсткость). В случае, если условие жёсткости не выполняется, подобрать новое сечение, обеспечив выполнение данного условия.

Исходные данные для расчёта:

-) коэффициенты метода предельных состояний: коэффициент условий работы $\gamma_c=0,9$, коэффициент надёжности по нагрузке $\gamma_f=1,2$;
-) характеристики материала балки:

Расчётное сопротивление стали по пределу текучести $R=210\text{ МПа}$. Модуль упругости стали $E=2,1\cdot 10^5\text{ МПа}$.

-) предельные перемещения:

$v_u = l/200$, где l – величина пролёта или вылет консоли;

$\varphi_u = 0,01$ рад.

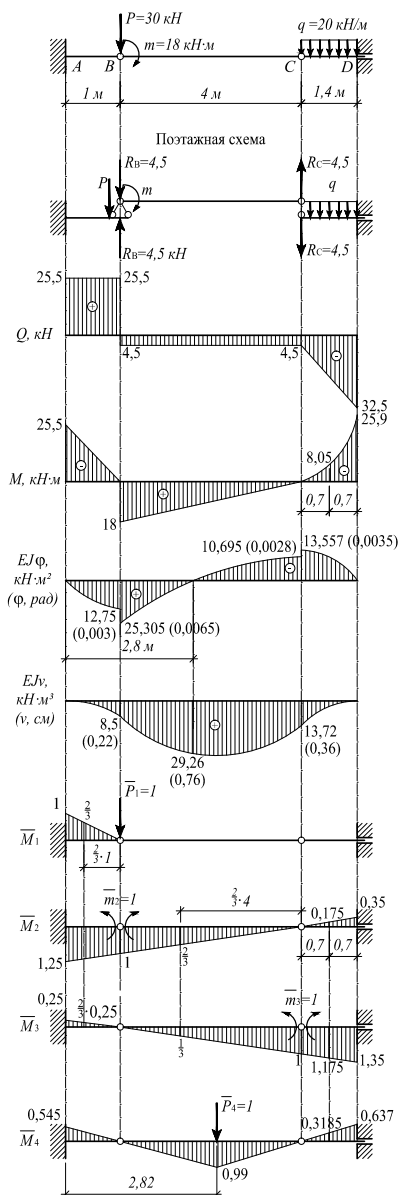


Рис.19 К расчёту 2.3.1.

Расчёт.

1. Определение внутренних усилий.

Несомая балка ВС:

$$\sum M_B = 0; R_C \cdot 4 - m = 0, \quad R_C = 4,5 \text{ кН.}$$

$$Q_{BC} = -4,55 \text{ кН,}$$

$$M_B = 18 \text{ кН} \cdot \text{м}, \quad M_C = 0.$$

Несущая балка ВА:

$$Q_{BA} = P - R_B = 25,5 \text{ кН.}$$

$$M_B = 0, \quad M_A = -P \cdot 1 + R_B \cdot 1 = -25,5 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Несущая балка CD:

$$Q_C = -R_C = -4,5 \text{ кН.}$$

$$Q_D = -R_D - q \cdot 1,4 = -32,5 \text{ кН.}$$

$$M_C = 0, \quad M_D = -R_C \cdot 1,4 - q \cdot 1,4 \cdot 1,4/2 = -25,9 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Для уточнения характера эпюры M на участке CD вычислим момент в т.К:

$$M_K = -R_C \cdot 1,4/2 - q \cdot 0,8 \cdot 0,8/2 = -8,05 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

2. Подбор сечения балки из условия прочности по нормальным напряжениям.

Сечением опасным по нормальным напряжениям является сечение «Д», в котором возникает $M = -25,9 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Определим расчётное значение момента:

$$M_{\text{расч}} = M \cdot \gamma_f = -25,9 \cdot 1,2 = -31,08 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Условие прочности по нормальным напряжениям:

$$\sigma_{x \text{ н.б.}} = \frac{|M_{z \text{ н.б.}}|}{W} \leq \gamma_c R;$$

$$\text{Отсюда, } W \geq \frac{|M_{\text{н.б.}}|}{\gamma_c R} = \frac{31,08 \cdot 10^2 \text{ кН} \cdot \text{см}}{0,9 \cdot 21 \text{ кН/см}^2} = 164 \text{ см}^3.$$

По ГОСТ 8239-89 принимаем I20 с $W_z = 184 \text{ см}^3$ и $I_z = 1840 \text{ см}^4$.

Для построения эпюры напряжений вычислим напряжения в крайних волокнах балки.

$$\sigma_x^{\text{н.б.}} = \frac{31,08 \cdot 10^2 \text{ кН/см}^2}{184 \text{ см}^3} = 16,89 \text{ кН/см}^2 = 168,9 \text{ МПа.}$$

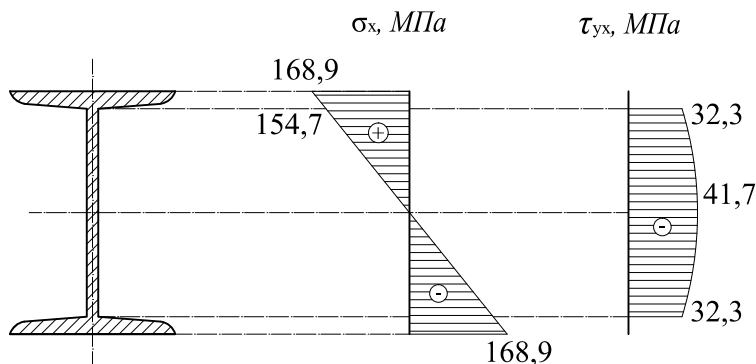


Рис.20 Напряжения в опасном сечении.

3. Проверка прочности балки по главным напряжениям.

Прочность по главным напряжениям проверяем в месте сопряжения полки со стенкой (т.к. в этом месте как нормальные, так и касательные напряжения принимают достаточно большие значения) в сечении, где изгибающий момент и поперечная сила принимают достаточно большие значения.

Выбираем сечение «D»:

$$M_{\text{расч}} = 31,08 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad Q_{\text{расч}} = 32 \text{ кН} \cdot 1,2 = 38,4 \text{ кН}$$

Условие прочности по главным напряжениям:

$$\sigma_1^{\text{н.б.}} \leq \gamma_c R;$$

$$\sigma_2^{\text{н.б.}} \leq \gamma_c R.$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{yx}^2}$$

Для определения σ_x воспользуемся формулой:

$$\sigma_x = \frac{M_z}{J_z} y$$

$$y = h/2 - t = 20 \text{ см} / 2 - 0,84 \text{ см} = 9,16 \text{ см}.$$

h – высота двутавра, t – толщина полки (принимаются по ГОСТ).

$$\sigma_x = \frac{31,08 \cdot 10^2 \text{ кН} \cdot \text{м}}{1840 \text{ см}^4} \cdot 9,16 \text{ см} = 15,47 \text{ кН/см}^2 = 154,7 \text{ МПа}.$$

Касательные напряжения определим по формуле Журавского:

$$\tau_{yx} = \frac{Q_y S_z^{omc}(y)}{I_z b(y)}, \text{ приняв:}$$

$$b(y) = s = 0,52 \text{ см} - \text{толщина стенки двутавра.}$$

$F_{отс} = bt = 10 \text{ см} \cdot 0,84 \text{ см} = 8,4 \text{ см}$ (площадь отсекаемой части сечения – площадь полки двутавра);

$\tilde{y} = h/2 - t/2 = 10 \text{ см} - 0,42 \text{ см} = 9,58 \text{ см}$ (расстояние между осью Oz и центральной осью отсекаемой части сечения)

$$S_z^{отс} = 8,4 \text{ см}^2 \cdot 9,58 \text{ см}^2 = 80,47 \text{ см}^3.$$

$$\tau_{yx} = \frac{38,4 \text{ кН} \cdot 80,47 \text{ см}^3}{1840 \text{ см}^3 \cdot 0,52 \text{ см}} = 3,23 \text{ кН/см}^2 = 32,3 \text{ МПа}.$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{154,7 \text{ МПа}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{154,7}{2}\right)^2 + (32,3 \text{ МПа})^2};$$

$$\sigma_1 = \frac{154,7 \text{ МПа}}{2} + \sqrt{\left(\frac{154,7}{2}\right)^2 + (32,3 \text{ МПа})^2} = 161,2 \text{ МПа} < 0,9 \cdot 210 \text{ МПа}$$

$$= 189 \text{ МПа}$$

-прочность обеспечена.

$$|\sigma_2| = \left| \frac{154,7 \text{ МПа}}{2} - \sqrt{\left(\frac{154,7}{2}\right)^2 + (32,3 \text{ МПа})^2} \right| = |-6,5 \text{ МПа}| < 189 \text{ МПа}$$

Прочность по главным напряжениям обеспечена.

Так как сечение опасное по главным напряжениям и нормальным напряжениям в нашем случае совпало, то построение дополнительной эпюры нормальных напряжений не требуется.

Пояснение:

При построении эпюры касательных напряжений учтём следующее. Т.к. толщина полки много меньше её ширины, распределение касательных напряжений в ней не подчиняется формуле Журавского. Одновременно, из-за большой ширины полки, касательные напряжения в ней имеют малую величину и их определение не представляет практического значения. С учётом этого эпюру касательных напряжений строим только для стенки двутавра.

Касательные напряжения на уровне сопряжения полки со стенкой вычислены выше.

Касательные напряжения на уровне нейтрального слоя:

$$\tau_{yx} = \frac{Q_y S_z^{omc}(y)}{I_z b(y)} = \frac{Q_y S_z^{1/2}}{I_z s} = \frac{38,4 \text{ кН} \cdot 104 \text{ см}^3}{1840 \text{ см}^4 \cdot 0,52 \text{ см}} = 4,17 \text{ кН/см}^2 = 41,7 \text{ МПа}$$

$S_z^{\frac{1}{2}}$ – статический момент полусечения (без верхнего индекса приводится в ГОСТ),

s – толщина стенки.

4. Определение перемещений в балке методом начальных параметров.

Необходимо вспомнить:

До начала расчёта, используя конспект лекций или учебник, необходимо повторить:

1. Сущность метода начальных параметров для определения перемещений в балке при изгибе;
 2. Универсальные выражения для угла поворота и прогиба, записанные в форме метода начальных параметров.
 3. Статические и кинематические начальные параметры и способы их определения.
 4. Правило знаков для слагаемых, входящих в выражения для прогибов и углов поворота.
-

Запишем выражения для угла поворота и прогиба:

Начальные параметры (статические и кинематические условия на левом конце балки):

Статические начальные параметры: $M_0 = -25,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $Q_0 = 25,5 \text{ кН}$;

Кинематические начальные параметры: $\varphi_0 = 0$, $v_0 = 0$ (т.к. левый конец балки жёстко заделан, а следовательно препятствует как угловым, так и линейным перемещениям).

С учётом этого:

$$EI\varphi(x) = -\frac{M_0}{1!}x - Q_0\frac{x^2}{2!}\Big|_1 + P\frac{(x-1)^2}{2!} - m\frac{(x-1)}{1!} + EI\Delta\varphi_B\Big|_2 + EI\Delta\varphi_C + \\ + q\frac{(x-5)^3}{3!}\Big|_3$$

$$EIv(x) = -\frac{M_0x^2}{2!} - Q_0\frac{x^3}{3!}\Big|_1 + P\frac{(x-1)^3}{3!} - m\frac{(x-1)^2}{2!} + EI\Delta\varphi_B(x-1)\Big|_2 + \\ + EI\Delta\varphi_C(x-5) + q\frac{(x-5)^4}{4!}\Big|_3$$

Чертой показаны границы участков (см. рис.19), до которых не используются слагаемые, расположенные правее соответствующей границы участка.

$$EI\varphi(x) = -\frac{25,5}{1!}x - 25,5\frac{x^2}{2!}|_1 + 30\frac{(x-1)^2}{2!} - 18\frac{(x-1)}{1!} + EI\Delta\varphi_B|_2 + \\ + EI\Delta\varphi_C + 20\frac{(x-5)^3}{3!}|_3$$

$$EIv(x) = -\frac{25,5x^2}{2!} - 25,5\frac{x^3}{3!}|_1 + 30\frac{(x-1)^3}{3!} - 18\frac{(x-1)^2}{2!} + \\ + EI\Delta\varphi_B(x-1)|_2 + EI\Delta\varphi_C(x-5) + 20\frac{(x-5)^4}{4!}|_3$$

Выражения для $EI\varphi(x)$ и $EIv(x)$ содержат 2 неизвестных – скачки углов поворота в промежуточных шарнирах: $EI\Delta\varphi_B$ и $EI\Delta\varphi_C$.

Обратите внимание:

Для определения неизвестного скачка угла поворота в промежуточном шарнире или неизвестных начальных кинематических параметров необходимо внимательно проанализировать расчётную схему и найти сечение, в котором угол поворота или прогиб равны нулю. Тогда для такого сечения можно составить уравнение, подставив в левую часть выражения для перемещений 0, а в другую часть вместо x – координату сечения, в котором соответствующее перемещение равно 0.

Углы поворота равны 0 в заделке, прогибы равны 0 на шарнирно неподвижной, шарнирно подвижной опорах и в заделке.

В нашем случае:

При $x=6,4$:

$EI\varphi(x=6,4)=0$ и $EI\nu(x=6,4)=0$, т.к. перемещения в заделке равны 0.

Тогда,

$$EI\varphi(x=6,4) = -\frac{-25,5}{1} \cdot 6,4 - 25,5 \frac{(6,4)^2}{2} + 30 \frac{(6,4-1)^2}{2} - 18 \frac{(6,4-1)}{1}$$

$$+EI\Delta\varphi_B + EI\Delta\varphi_C + 20 \frac{(6,4-5)^3}{6} = 0$$

$$EI\nu(x) = -\frac{-25,5(6,4)^2}{2} - 25,5 \frac{(6,4)^3}{6} + 30 \frac{(6,4-1)^3}{6} - 18 \frac{(6,4-1)^2}{2} +$$

$$+EI\Delta\varphi_B(6,4-1) + EI\Delta\varphi_C(6,4-5) + 20 \frac{(6,4-5)^4}{24} = 0$$

$$5,4EI\Delta\varphi_B + 1,4EI\Delta\varphi_C - 63,791 = 0$$

$$EI\Delta\varphi_B + EI\Delta\varphi_C - 9,693 = 0$$

$$EI\Delta\varphi_B = 12,555 \text{ кН}\cdot\text{м}^2,$$

$$EI\Delta\varphi_C = -2,862 \text{ кН}\cdot\text{м}^2,$$

С учётом вычисленных величин окончательные выражения для перемещений запишем в виде:

$$EI\varphi(x) = -\frac{-25,5}{1!}x - 25,5 \frac{x^2}{2!} \Big|_1 + 30 \frac{(x-1)^2}{2!} - 18 \frac{(x-1)}{1!} + 12,555 \Big|_2 -$$
$$-2,862 + 20 \frac{(x-5)^3}{3!} \Big|_3$$

$$EI\nu(x) = -\frac{-25,5x^2}{2!} - 25,5 \frac{x^3}{3!} \Big|_1 + 30 \frac{(x-1)^3}{3!} - 18 \frac{(x-1)^2}{2!} +$$
$$+12,555(x-1) \Big|_2 - 2,862(x-5) + 20 \frac{(x-5)^4}{4!} \Big|_3$$

Вычислим значение перемещений в характерных сечениях балки:

Напомним:

Перемещения характеризуются не только величиной, но и направлением. При определении перемещений методом начальных параметров выполняется следующее правило знаков: прогибы считаются положительными, если они происходят в положительном направлении оси y , т.е. вниз ($\downarrow$); углы поворота считаются положительными, если поворот касательной к изогнутой оси балки от оси Ox к оси Oy происходит по часовой стрелке ($\curvearrowright$).

Предварительно определим жёсткость балки при изгибе:

$$EI_z = 2,1 \cdot 104 \text{ кН/см}^2 \cdot 1840 \text{ см}^4 = 3864 \cdot 10^4 \text{ кН} \cdot \text{см}^2.$$

$$x=0: \quad EI\varphi(x=0)=0, \quad EIV(x=0)=0.$$

$$x=1\text{ м:}$$

$$EI\varphi(x=1, \text{ на участке "1"}) = -\frac{-25,5}{1} \cdot 1 - 25,5 \frac{1^2}{2} = 12,75 \text{ кН} \cdot \text{м}^2,$$

$$\varphi(x=1, \text{ на участке "1"}) = 12,75 \cdot 10^4 \text{ кН} \cdot \text{см}^2 / 3864 \cdot 10^4 \text{ кН} \cdot \text{см}^2 = 0,003 \text{ рад } (\curvearrowright);$$

$$EI\varphi(x=1, \text{ участок "2"}) = 12,75 + 12,555 = 25,305 \text{ кН} \cdot \text{м}^2 (\curvearrowright),$$

$$\varphi(x=1, \text{ участок "2"}) = 25,305 \cdot 10^4 \text{ кН} \cdot \text{см}^2 / 3864 \cdot 10^4 \text{ кН} \cdot \text{см}^2 = 0,0065 \text{ рад}.$$

$$EIV(x=1) = -\frac{-25,5 \cdot 1^2}{2} - 25,5 \frac{1^3}{6} = 8,5 \text{ кН} \cdot \text{м}^3 (\downarrow),$$

$$v(x=1) = 8,5 \cdot 10^6 \text{ кН} \cdot \text{см}^3 / 3864 \cdot 10^4 \text{ кН} \cdot \text{см}^2 = 0,22 \text{ см } (\downarrow),$$

$$x=5:$$

$$EI\varphi(x=5, \text{ участок "2"}) = -\frac{-25,5}{1} 5 - 25,5 \frac{5^2}{2} + 30 \frac{(5-1)^2}{2} -$$

$$-18 \frac{(5-1)}{1} + 12,555 = -10,695 \text{ кН} \cdot \text{м}^2 (\curvearrowright),$$

$$EI\varphi(x=5, \text{участок «2»}) = -0,0028 \text{ рад,}$$

$$EI\varphi(x=5, \text{участок «3»}) = -10,695 - 2,862 = -13,557 \text{ кН} \cdot \text{м}^2 \quad (\text{У})$$

$$EI\varphi(x=5, \text{участок «3»}) = -0,0035 \text{ рад,}$$

$$EI\nu(x=5) = -\frac{-25,5 \cdot 5^2}{2} - 25,5 \frac{5^3}{6} + 30 \frac{(5-1)^3}{6} - 18 \frac{(5-1)^2}{2} +$$

$$+ 12,555(5-1) = 13,72 \text{ кН} \cdot \text{м}^3 \quad (\text{Л}).$$

$$\nu(x=5) = 0,36 \text{ см}$$

$$x = 6,4:$$

$$EI\varphi(x=6,4) = 0, \quad EI\nu(x=6,4) = 0.$$

Уточним эпюры перемещений.

Как видно из расчётов, на участке «2» существует сечение, где $\varphi(x) = 0$.

Известно, что в сечениях, где $\varphi(x) = 0$, там $\nu(x)$ принимает экстремальное значение (в силу того, что $\varphi(x) = \frac{d\nu}{dx}$).

Определим положение сечения, где $\varphi(x) = 0$, а затем определим значение экстремального прогиба.

$$EI\varphi(1 \leq x \leq 5) = -\frac{-25,5}{1}x - 25,5 \frac{x^2}{2} + 30 \frac{(x-1)^2}{2} -$$

$$- 18 \frac{(x-1)}{1} + 12,555 = 0$$

$$2,25x^2 - 22,5x + 45,555 = 0$$

$x_1 = 2,82 \in [1; 5]$ - корень подходит; $x_2 = 7,18 \notin [1; 5]$ - корень не подходит.

Находим экстремальное значение $EI\nu$ на «2» участке.

$$EI\nu(x=2,82) = -\frac{-25,5 \cdot 2,82^2}{2} - 25,5 \frac{2,82^3}{6} + 30 \frac{(2,82-1)^3}{6} -$$

$$- 18 \frac{(2,82-1)^2}{2} + 12,555(2,82-1) = 29,26 \text{ кН} \cdot \text{м}^3 \quad (\text{Л})$$

$$EI\nu = 0,76 \text{ см.}$$

**Напомним алгоритм определения перемещений
методом Мора:**

1. Строим эпюру моментов от действия заданной нагрузки (грузовую эпюру M_p);

2. В сечении, перемещение в котором требуется определить, прикладываем единичную нагрузку. Нагрузку прикладываем в направлении искомого перемещения, т.е. если требуется определить линейное перемещение – используем единичную силу $\bar{P}=1$; если требуется определить угол поворота – единичный момент $\bar{M}=1$; если требуется определить скачок угла поворота в промежуточном шарнире – слева и справа от шарнира прикладываем разнонаправленные единичные моменты $\bar{M}=1$.

3. Строим эпюру от действия одной из единичных нагрузок (единичную эпюру). При этом действие заданной внешней нагрузки не учитываем.

4. Вычисляем интеграл Мора:
$$\Delta = \int_0^l \frac{M_p(x) \bar{M}(x)}{EI} dx.$$

Для этого «перемножаем» грузовую и единичную эпюры.

Треугольную эпюру на треугольную, трапецию на прямоугольник, треугольник на треугольник, прямоугольник на прямоугольник удобно «перемножать» по правилу Верещагина (см. лекции или учебник);

Трапецию на треугольник, трапецию на трапецию удобно «перемножать» по правилу трапеции (см. лекции или учебник);

Криволинейную эпюру на прямолинейную удобно «перемножать» по правилу Симпсона (см. лекции).

Для «перемножения» эпюр стержень разбиваем на участки, в пределах которого не изменяется ни вид функции $M_p(x)$, ни $\bar{M}(x)$. Результат «перемножения» эпюр на каждом участке складываем.

Обратите внимание на интерпретацию знаков при определении перемещений методом Мора:

Если в результате вычислений перемещений методом Мора получился знак «+», то направление перемещения совпало с направлением действия единичной нагрузки.

Таким образом, знаки при определении перемещений методом начальных параметров и методом Мора могут не совпасть. Например, если прогиб «вниз», то в методе начальных параметров получим «+», а в методе Мора (если направим единичную силу вверх), получим «-». Грамотно интерпретируя смысл знака в первом и втором случае, Вы правильно определите истинное направление перемещения.

$$Elv(x = 1) = Elv_B = \int_0^l M_p \overline{M}_1 dx = \frac{1}{2} \cdot 25,5 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 = 8,5 \text{ кН} \cdot \text{м}^3 (\downarrow) -$$

совпадает с решением метода начальных параметров.

$$El\Delta\varphi(x = 1) = El\Delta\varphi_B = \int_0^l M_p \overline{M}_2 dx = -\frac{1}{6} (2 \cdot 25,5 \cdot 1,25 + 1 \cdot 25,5) + \\ + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 18 \cdot \frac{2}{3} + \frac{1,4}{6} (4 \cdot 8,05 \cdot 0,175 + 0,35 \cdot 25,9) = 12,555 \text{ кН} \cdot \text{м}^2 -$$

совпадает с решением метода начальных параметров.

$$El\Delta\varphi(x = 5) = El\Delta\varphi_C = \int_0^l M_p \overline{M}_3 dx = \frac{1}{2} \cdot 25,5 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,25 + \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 - \\ - \frac{1,4}{6} (4 \cdot 8,05 \cdot 1,175 + 25,9 \cdot 1,35) = -2,862 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$$

-решение совпадает с методом начальных параметров.

$$Elv(x = 2,82) = \int_0^l M_p \overline{M}_4 dx = \frac{1}{2} \cdot 25,5 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,545 + \frac{1,82}{6} (18 \cdot 0,99 + \\ + 2 \cdot 0,99 \cdot 9,81) + \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot 2,18 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,99 + \frac{1,4}{6} (4 \cdot 8,05 \cdot 0,3185 + \\ + 25,9 \cdot 0,637) = 29,34 \text{ кН} \cdot \text{м}^3 (\downarrow)$$

решение совпадает с методом начальных параметров.

6. Построение эпюр перемещений.

Систематизируем результаты вычислений в таблице.

х,м		ЕIφ,кН·м ² (φ,рад)	ЕIv,кН·м ³ (v,см)
0		0	0
1	слева от шарнира	12,75 (0,003), (↺)	8,5 (0,22), (↓)
	справа от шарнира	25,305 (0,0065), (↺)	
2,8		0	29,26 (0,76), (↓)
5	слева от шарнира	-10,695 (-0,0028), (↻)	13,72 (0,36), (↓)
	справа от шарнира	-13,557 (-0,0035), (↻)	
6,4		0	0

В помощь к построению эпюр перемещений:

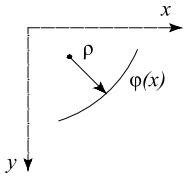
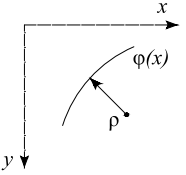
Нами были определены перемещения в характерных точках. Для того, чтобы по этим значениям построить эпюры перемещений, необходимо представлять характер эпюр на участках между характерными точками, а также ряд особенностей эпюр.

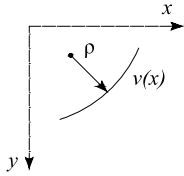
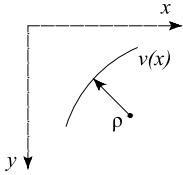
В начале, необходимо вспомнить дифференциальную зависимость, которой связаны поперечная сила Q_y и изгибающий момент M_z и дифференциальное уравнение изогнутой оси балки:

$$\frac{dM_z}{dx} = Q_y; \quad \frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{M_z}{EI_z}$$

Теперь обратите внимание на таблицу:

Дифференциальные зависимости при изгибе и их применение для построения эюр перемещений:

Дифференциальная зависимость	Характерная особенность эюр $Q(x)$, $M(x)$, $\varphi(x)$	Характерная особенность эюр $\varphi(x)$ и $v(x)$
$\frac{dv}{dx} = \varphi$	При $\varphi=0$	v принимает экстремальное значение (касательная к эюру $v(x)$ параллельна оси Ox)
$\frac{EId\varphi}{dx} = -M$	При $M=0$	φ принимает экстремальное значение (касательная к эюру $\varphi(x)$ параллельна оси Ox)
$\begin{cases} \frac{dM}{dx} = Q \\ \frac{EId\varphi}{dx} = -M \end{cases} \Rightarrow \frac{EId^2\varphi}{dx^2} = -Q$	При $Q=0$	Эюра $\varphi(x)$ – меняет кривизну (излом на эюре);
	При $Q>0$	Эюра $\varphi(x)$ имеет выпуклость вниз: 
	При $Q<0$	Эюра $\varphi(x)$ имеет выпуклость вверх: 

$\begin{cases} \frac{dv}{dx} = \varphi \\ \frac{EId\varphi}{dx} = -M \end{cases} \Rightarrow \frac{EId^2v}{dx^2} = -M$	При $M=0$	Эпюра $v(x)$ меняет кривизну (имеет излом).
	При $M>0$	Эпюра $v(x)$ имеет выпуклость вниз. 
	При $M<0$	Эпюра $v(x)$ имеет выпуклость вверх. 

7. Проверка жёсткости балки.

Условие жёсткости:

$$v^{н.б.} \leq v_u; \quad \varphi^{н.б.} \leq \varphi_u, \text{ где}$$

$v^{н.б.}, \varphi^{н.б.}$ – наибольший по модулю прогиб и угол поворота от действия нормативной нагрузки соответственно;

v_u, φ_u – предельно допустимые нормами прогиб и угол поворота соответственно.

Анализируем построенные эпюры перемещений и определяем наибольшие значения прогибов и углов поворота.

$$v^{н.б.} = 0,76 \text{ см} < v_u = \frac{l}{200} = \frac{640 \text{ см}}{200} = 3,2 \text{ см};$$

$$\varphi^{н.б.} = 0,0065 \text{ рад} < \varphi_u = 0,01 \text{ рад.}$$

Следовательно, жёсткость балки обеспечена (конструкция соответствует требованиям расчёта по II группе предельных состояний).

Что делать, если условие жёсткости, например, по прогибам не выполняется?

Согласно требованию расчёта в случае, если жёсткость не обеспечена, необходимо изменить сечение стержня.

Обращаемся к величине: $EI_{v^{н.б.}}$. При этом введём обозначение $A = EI_{v^{н.б.}}$. Пусть имеем, например, $A = EI_{v^{н.б.}} = 145 \text{ кН} \cdot \text{м}^3 = 145 \cdot 10^6 \text{ кН} \cdot \text{см}^3$.

Тогда, условие жёсткости можно записать так:
 $A = EI_{v^{н.б.}} \leq EI_{v_u}$

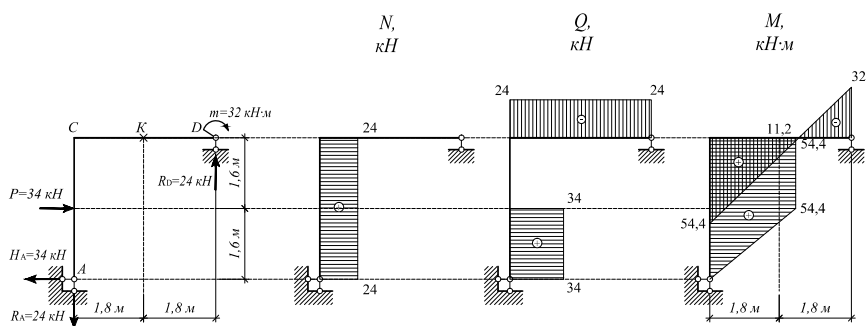
$$\text{Отсюда, } EI \geq \frac{A}{v_u}; \quad I \geq \frac{A}{E} = \frac{145 \cdot 10^6 \text{ кН} \cdot \text{см}^3}{2,1 \cdot 10^4 \text{ кН} \cdot \text{см}^2 \cdot 3,2 \text{ см}} = 2158 \text{ см}^4$$

(v_u принят равным 3,2 см как в нашем расчёте).

Далее по сортаменту принимаем I22 с $I_z = 2550 \text{ см}^4$.

Расчёт 2.3.2.

Для рамы, расчётная схема которой показана на рис.21, требуется методом Мора найти EI_v , EI_u , EI_ϕ для точки К. Жёсткости ригеля и стойки считать одинаковыми.



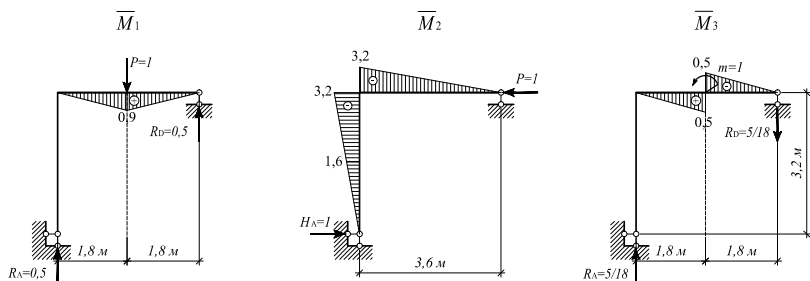


Рис.21 К расчёту 2.3.2.

Для определения вертикального перемещения в его направлении прикладываем единичную силу $\bar{P}_1=1$;

Т.к. перемещение всех точек ригеля одинаково, то для определения горизонтального перемещения сечения К необходимо к любой точке ригеля приложить горизонтальную силу $\bar{P}_2=1$;

Для определения углового перемещения в т.К прикладываем единичный момент $\bar{M}_1=1$.

После построения грузовой и единичных эпюр приступаем к вычислению соответствующих интегралов Мора.

$$Elv_K = \int_0^l M_p \cdot \bar{M}_1 dx = \frac{1,8}{6} (2 \cdot 0,9 \cdot 11,2 + 0,9 \cdot 54,4) +$$

$$+ \frac{1,8}{6} (2 \cdot 0,9 \cdot 11,2 - 0,9 \cdot 32) = 18,14 \text{ кН} \cdot \text{м}^3 (\downarrow);$$

$$Elu_K = \int_0^l M_p \cdot \bar{M}_2 dx = -\frac{1}{2} \cdot 54,4 \cdot 1,6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,6 - \frac{1,6 + 3,2}{2} \cdot 1,6 \cdot 54,4 +$$

$$+ \frac{3,6}{6} (-2 \cdot 54,4 \cdot 3,2 + 3,2 \cdot 32) = -402,78 \text{ кН} \cdot \text{м}^3 (\rightarrow);$$

$$El\varphi_K = \int_0^l M_p \cdot \bar{M}_3 dx = \frac{1,8}{6} (2 \cdot 0,5 \cdot 11,2 + 0,5 \cdot 54,4) + \frac{1,8}{6} (-2 \cdot 0,5 \cdot 11,2 +$$

$$+ 0,5 \cdot 32) = 12,96 \text{ кН} \cdot \text{м}^2 (\oslash).$$

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1. Извлечение из межгосударственного стандарта ГОСТ 2590-2006 (EN 10060:2003) «Прокат сортовой стальной горячекатаный круглый. Сортамент»

Диаметр d, мм	Площадь поперечного сечения, см ²	Масса 1 м длины проката, кг	Диаметр d, мм	Площадь поперечного сечения, см ²	Масса 1 м длины проката, кг	Диаметр d, мм	Площадь поперечного сечения, см ²	Масса 1 м длины проката, кг
5,0	0,196	0,154	37,0	10,752	8,440	92,0	66,476	52,184
5,5	0,238	0,187	38,0	11,341	8,903	95,0	70,882	55,643
6,0	0,283	0,222	39,0	11,946	9,378	97,0	73,898	58,010
6,3	0,312	0,245	40,0	12,566	9,865	100,0	78,540	61,654
6,5	0,332	0,261	41,0	13,203	10,364	105,0	86,590	67,973
7,0	0,385	0,302	42,0	13,854	10,876	110,0	95,033	74,601
8,0	0,503	0,395	43,0	14,522	11,400	115,0	103,869	81,537
9,0	0,636	0,499	44,0	15,205	11,936	120,0	113,097	88,781
10,0	0,785	0,617	45,0	15,904	12,485	125,0	122,719	96,334
11,0	0,950	0,746	46,0	16,619	13,046	130,0	132,732	104,195
12,0	1,131	0,888	47,0	17,349	13,619	135,0	143,139	112,364
13,0	1,327	1,042	48,0	18,096	14,205	140,0	153,938	120,841
14,0	1,539	1,208	50,0	19,635	15,413	145,0	165,130	129,627
15,0	1,767	1,387	52,0	21,237	16,671	150,0	176,715	138,721
16,0	2,011	1,578	53,0	22,062	17,319	155,0	188,692	148,123
17,0	2,270	1,782	54,0	22,902	17,978	160,0	201,062	157,834
18,0	2,545	1,998	55,0	23,758	18,650	165,0	213,825	167,852
19,0	2,835	2,226	56,0	24,630	19,335	170,0	226,980	178,179
20,0	3,142	2,466	58,0	26,421	20,740	175,0	240,528	188,815
21,0	3,464	2,719	60,0	28,274	22,195	180,0	254,469	199,758
22,0	3,801	2,984	62,0	30,191	23,700	185,0	268,803	211,010
23,0	4,155	3,262	63,0	31,173	24,470	190,0	283,529	222,570
24,0	4,524	3,551	65,0	33,183	26,049	195,0	298,648	234,438
25,0	4,909	3,853	67,0	35,257	27,676	200,0	314,159	246,615
26,0	5,309	4,168	68,0	36,317	28,509	210,0	346,361	271,893
27,0	5,726	4,495	70,0	38,485	30,210	220,0	380,133	298,404
28,0	6,158	4,834	72,0	40,715	31,961	230,0	415,476	326,148
29,0	6,605	5,185	73,0	41,854	32,855	240,0	452,389	355,126
30,0	7,069	5,549	75,0	44,179	34,680	250,0	490,874	385,336
31,0	7,548	5,925	78,0	47,784	37,510	260,0	530,929	416,779
32,0	8,043	6,313	80,0	50,266	39,458	270,0	572,555	449,456
33,0	8,553	6,714	82,0	52,810	41,456			
34,0	9,079	7,127	85,0	56,745	44,545			
35,0	9,621	7,553	87,0	59,447	46,666			
36,0	10,179	7,990	90,0	63,617	49,940			

Приложение 2. Извлечение из межгосударственного стандарта ГОСТ 8509-93 «Уголки стальные горячекатаные равнополочные. Сортамент»

Условные обозначения:

- b** - ширина полки;
- t** - толщина полки;
- R** - радиус внутреннего закругления;
- r** - радиус закругления полок;
- F** - площадь поперечного сечения;
- I** - момент инерции;
- X_0 - расстояние от центра тяжести до наружной грани полки;
- I_{xy} - центробежный момент инерции;
- i** - радиус инерции.

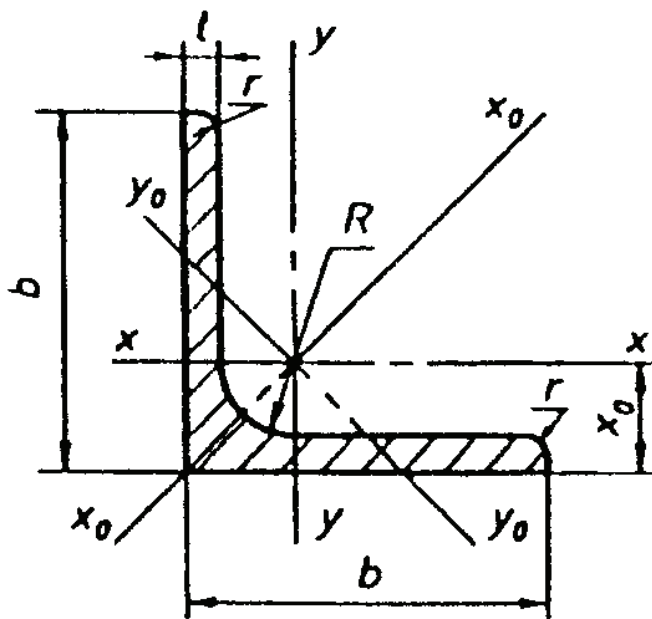


Рисунок 1

Номер уголка	b	мм			r	F, см ²	Справочные значения величин для осей										Масса l м, кг
		t	R	x-x			x-x		x 0-x 0		y 0-y 0		I xy, см4	x 0, см			
							I x, см4	W x, см3	i x; см	I x0 max, см4	i x0 max, см4	i y0 min, см4			W y0, см3	i y0 min, см4	
2	20	3	3,5	1,2	1,13	0,40	0,28	0,59	0,63	0,75	0,17	0,20	0,39	0,23	0,60	0,89	
2,5	25	4	3,5	1,2	1,46	0,50	0,37	0,58	0,78	0,73	0,22	0,24	0,38	0,28	0,64	1,15	
		3	3,5	1,2	1,43	0,81	0,46	0,75	1,29	0,95	0,34	0,33	0,49	0,47	0,73	1,12	
2,8	28	4	3,5	1,2	1,86	1,03	0,59	0,74	1,62	0,93	0,44	0,41	0,48	0,59	0,76	1,46	
		3	4,0	1,3	1,62	1,16	0,58	0,85	1,84	1,07	0,48	0,42	0,55	0,68	0,80	1,27	
3	30	3	4,0	1,3	1,74	1,45	0,67	0,91	2,30	1,15	0,60	0,53	0,59	0,85	0,85	1,36	
		4	4,0	1,3	2,27	1,84	0,87	0,90	2,92	1,13	0,77	0,61	0,58	1,08	0,89	1,78	
3,2	32	3	4,5	1,5	1,86	1,77	0,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,59	0,63	1,03	0,89	1,46	
		4	4,5	1,5	2,43	2,26	1,00	0,96	3,58	1,21	0,94	0,71	0,62	1,32	0,94	1,91	
3,5	35	3	4,5	1,5	2,04	2,35	0,93	1,07	3,72	1,35	0,97	0,71	0,69	1,37	0,97	1,60	
		4	4,5	1,5	2,67	3,01	1,21	1,06	4,76	1,33	1,25	0,88	0,68	1,75	1,01	2,10	
4	40	5	4,5	1,5	3,28	3,61	1,47	1,05	5,71	1,32	1,52	1,02	0,68	2,10	1,05	2,58	
		3	5,0	1,7	2,35	3,55	1,22	1,23	5,63	1,55	1,47	0,95	0,79	2,08	1,09	1,85	
4,5	45	4	5,0	1,7	3,08	4,58	1,60	1,22	7,26	1,53	1,90	1,19	0,78	2,68	1,13	2,42	
		5	5,0	1,7	3,79	5,53	1,95	1,21	8,75	1,52	2,30	1,39	0,78	3,22	1,17	2,98	
5	50	3	5,0	1,7	2,65	5,13	1,56	1,39	8,13	1,75	2,12	1,24	0,89	3,00	1,21	2,08	
		4	5,0	1,7	3,48	6,63	2,04	1,38	10,52	1,74	2,74	1,54	0,89	3,89	1,26	2,73	
5,6	56	5	5,0	1,7	4,29	8,03	2,51	1,37	12,74	1,72	3,33	1,81	0,88	4,71	1,30	3,37	
		3	5,5	1,8	2,96	7,11	1,94	1,55	11,27	1,95	2,95	1,57	1,00	4,16	1,33	2,32	
6,3	63	4	5,5	1,8	3,89	9,21	2,54	1,54	14,63	1,94	3,80	1,95	0,99	5,42	1,38	3,05	
		5	5,5	1,8	4,80	11,20	3,13	1,53	17,77	1,92	4,63	2,30	0,98	6,57	1,42	3,77	
5,6	56	6	5,5	1,8	5,69	13,07	3,69	1,52	20,72	1,91	5,43	2,63	0,98	7,65	1,46	4,47	
		4	6,0	2,0	4,38	13,10	3,21	1,73	20,79	2,18	5,41	2,52	1,11	7,69	1,52	3,44	
6,3	63	5	6,0	2,0	5,41	15,97	3,96	1,72	25,36	2,16	6,59	2,97	1,10	9,41	1,57	4,25	
		4	7,0	2,3	4,96	18,86	4,09	1,95	29,90	2,45	7,81	3,26	1,25	11,00	1,69	3,90	
6,3	63	5	7,0	2,3	6,13	23,10	5,05	1,94	36,80	2,44	9,52	3,87	1,25	13,70	1,74	4,81	
		6	7,0	2,3	7,28	27,06	5,98	1,93	42,91	2,43	11,18	4,44	1,24	15,90	1,78	5,72	

Номер уголка	b	мм			F, см ²	Справочные значения величин для осей										Масса l м, кг
		t	R	r		x-x			x_0-x_0		y_0-y_0		I_xy, см4	x_0, см		
						I_x, см4	W_x, см3	i_x; см	I_x0 max, см4	i_x0 max, см4	i_y0 min, см4	W_y0, см3			i_y0 min, см4	
7	70	4,5	8,0	2,7	6,20	29,04	5,67	2,16	46,03	2,72	12,04	4,53	1,39	17,00	1,88	4,87
		5	8,0	2,7	6,86	31,94	6,27	2,16	50,67	2,72	13,22	4,92	1,39	18,70	1,90	5,38
		6	8,0	2,7	8,15	37,58	7,43	2,15	59,64	2,71	15,52	5,66	1,38	22,10	1,94	6,39
		7	8,0	2,7	9,42	42,98	8,57	2,14	68,19	2,69	17,77	6,31	1,37	25,20	1,99	7,39
		8	8,0	2,7	10,67	48,16	9,68	2,12	76,35	2,68	19,97	6,99	1,37	28,20	2,02	8,37
7,5	75	5	9,0	3,0	7,39	39,53	7,21	2,31	62,65	2,91	16,41	5,74	1,49	23,10	2,02	5,80
		6	9,0	3,0	8,78	46,57	8,57	2,30	73,87	2,90	19,28	6,62	1,48	27,30	2,06	6,89
		7	9,0	3,0	10,15	53,34	9,89	2,29	84,61	2,89	22,07	7,43	1,47	31,20	2,10	7,96
		8	9,0	3,0	11,50	59,84	11,18	2,28	94,89	2,87	24,80	8,16	1,47	35,00	2,15	9,02
		9	9,0	3,0	12,83	66,10	12,43	2,27	104,72	2,86	27,48	8,91	1,46	38,60	2,18	10,07
8	80	5,5	9,0	3,0	8,63	52,68	9,03	2,47	83,56	3,11	21,80	7,10	1,59	30,90	2,17	6,78
		6	9,0	3,0	9,38	56,97	9,80	2,47	90,40	3,11	23,54	7,60	1,58	33,40	2,19	7,36
		7	9,0	3,0	10,85	65,31	11,32	2,45	103,60	3,09	26,97	8,55	1,58	38,30	2,23	8,51
		8	9,0	3,0	12,30	73,36	12,80	2,44	116,39	3,08	30,32	9,44	1,57	43,00	2,27	9,65
		6	10,0	3,3	10,61	82,10	12,49	2,78	130,00	3,50	33,97	9,88	1,79	48,10	2,43	8,33
9	90	7	10,0	3,3	12,28	94,30	14,45	2,77	149,67	3,49	38,94	11,15	1,78	55,40	2,47	9,64
		8	10,0	3,3	13,93	106,11	16,36	2,76	168,42	3,48	43,80	12,34	1,77	62,30	2,51	10,93
		9	10,0	3,3	15,60	118,00	18,29	2,75	186,00	3,46	48,60	13,48	1,77	68,00	2,55	12,20
		6,5	12,0	4,0	12,82	122,10	16,69	3,09	193,46	3,89	50,73	13,38	1,99	71,40	2,68	10,06
		7	12,0	4,0	13,75	130,59	17,90	3,08	207,01	3,88	54,16	14,13	1,98	76,40	2,71	10,79
10	100	8	12,0	4,0	15,60	147,19	20,30	3,07	233,46	3,87	60,92	15,66	1,98	86,30	2,75	12,25
		10	12,0	4,0	19,24	178,95	24,97	3,05	283,83	3,84	74,08	18,51	1,96	110,00	2,83	15,10
		12	12,0	4,0	22,80	208,90	29,47	3,03	330,95	3,81	86,84	21,10	1,95	122,00	2,91	17,90
		14	12,0	4,0	26,28	237,15	33,83	3,00	374,98	3,78	99,32	23,49	1,94	138,00	2,99	20,63
		16	12,0	4,0	29,68	263,82	38,04	2,98	416,04	3,74	111,61	25,79	1,94	152,00	3,06	23,30
11	110	7	12,0	4,0	15,15	175,61	21,83	3,40	278,54	4,29	72,68	17,36	2,19	106,00	2,96	11,89
		8	12,0	4,0	17,20	198,17	24,77	3,39	314,51	4,28	81,83	19,29	2,18	116,00	3,00	13,50

Номер уголка	b	t	R	r	F, см ²	Справочные значения величин для осей										I _{xy} , см4	x ₀ , см	Масса 1 м, кг
						x-x			x ₀ -x ₀		y ₀ -y ₀							
						I _x , см4	W _x , см3	i _x ; см	I _{x0} max, см4	i _{x0} max, см4	i _{y0} min, см4	W _{y0} , см3	i _{y0} min, см4					
12,5	125	8	14,0	4,6	19,69	294,36	32,20	3,87	466,76	4,87	121,98	25,67	2,49	172,00	3,36	15,46		
		9	14,0	4,6	22,00	327,48	36,00	3,86	520,00	4,86	135,88	28,26	2,48	192,00	3,40	17,30		
		10	14,0	4,6	24,33	359,82	39,74	3,85	571,04	4,84	148,59	30,45	2,47	211,00	3,45	19,10		
		12	14,0	4,6	28,89	422,23	47,06	3,82	670,02	4,82	174,43	34,94	2,46	248,00	3,53	22,68		
		14	14,0	4,6	33,37	481,76	54,17	3,80	763,90	4,78	199,62	39,10	2,45	282,00	3,61	26,20		
		16	14,0	4,6	37,77	538,56	61,09	3,78	852,84	4,75	224,29	43,10	2,44	315,00	3,68	29,65		
14	140	9	14,0	4,6	24,72	465,72	45,55	4,34	739,42	5,47	192,03	35,92	2,79	274,00	3,76	19,41		
		10	14,0	4,6	27,33	512,29	50,32	4,33	813,62	5,46	210,96	39,05	2,78	301,00	3,82	21,45		
		12	14,0	4,6	32,49	602,49	59,66	4,31	956,98	5,43	248,01	44,97	2,76	354,00	3,90	25,50		
		10	16,0	5,3	31,43	774,24	66,19	4,96	1229,10	6,25	319,33	52,52	3,19	455,00	4,30	24,67		
		11	16,0	5,3	34,42	844,21	72,44	4,95	1340,06	6,24	347,77	56,53	3,18	496,00	4,35	27,02		
		12	16,0	5,3	37,39	912,89	78,62	4,94	1450,00	6,23	375,78	60,53	3,17	537,00	4,39	29,35		
16	160	14	16,0	5,3	43,57	1046,47	90,77	4,92	1662,13	6,20	430,81	68,15	3,16	615,00	4,47	34,20		
		16	16,0	5,3	49,07	1175,19	102,64	4,89	1865,73	6,17	484,64	75,92	3,14	690,00	4,55	38,52		
		18	16,0	5,3	54,79	1290,24	114,24	4,87	2061,03	6,13	537,46	82,08	3,13	771,00	4,63	43,01		
		20	16,0	5,3	60,40	1418,85	125,60	4,85	2248,26	6,10	589,43	90,02	3,12	830,00	4,70	47,41		
		11	16,0	5,3	38,80	1216,44	92,47	5,59	1933,10	7,06	499,78	72,86	3,59	716,00	4,85	30,47		
		12	16,0	5,3	42,19	1316,62	100,41	5,50	2092,78	7,04	540,45	78,15	3,58	776,00	4,89	33,12		
20	200	12	18,0	6,0	47,10	1822,78	124,61	6,22	2896,16	7,84	749,40	98,68	3,99	1073,0	5,37	36,97		
		13	18,0	6,0	50,85	1960,77	134,44	6,21	3116,18	7,83	805,35	105,07	3,98	1156,0	5,42	39,92		
		14	18,0	6,0	54,60	2097,00	144,17	6,20	3333,00	7,81	861,00	111,50	3,97	1236,0	5,46	42,80		
		16	18,0	6,0	61,98	2362,57	163,37	6,17	3755,39	7,78	969,74	123,77	3,96	1393,0	5,54	48,65		
		20	18,0	6,0	76,54	2871,47	200,37	6,12	4860,42	7,72	1181,92	146,62	3,93	1689,0	5,70	60,08		
		25	18,0	6,0	94,29	3466,21	245,59	6,06	5494,04	7,63	1438,38	172,68	3,91	2028,0	5,89	74,02		
22	220	30	18,0	6,0	111,54	4019,60	288,57	6,00	6351,05	7,55	1698,16	193,06	3,89	2332,0	6,07	87,56		
		14	21,0	7,0	60,38	2814,36	175,18	6,83	4470,15	8,60	1158,56	138,62	4,38	1655,0	5,91	47,40		
		16	21,0	7,0	68,58	3175,44	198,71	6,80	5045,37	8,58	1305,52	153,34	4,36	1869,0	6,02	53,83		

Номер уголка	b	t	R	r	F, см ²	Справочные значения величин для осей										Масса 1 м, кг	
						мм			x-x		x_0-x_0		y_0-y_0		I_xy, см4		x_0, см
									W_x, см3	i_x; см	I_x0 max, см4	i_x0 max, см4	i_y0 min, см4	W_y0, см3			
						I_x, см4											
25	250	16	24,0	8,0	78,40	4717,10	258,43	7,76	7492,10	9,78	1942,09	203,45	4,98	2775,0	6,75	61,55	
		18	24,0	8,0	87,72	5247,24	288,82	7,73	8336,69	9,75	2157,78	223,39	4,96	3089,0	6,83	68,86	
		20	24,0	8,0	96,96	5764,87	318,76	7,71	9159,73	9,72	2370,01	242,52	4,94	3395,0	6,91	76,11	
		22	24,0	8,0	106,12	6270,32	348,26	7,69	9961,30	9,69	2579,04	260,52	4,93	3691,0	7,00	83,31	
		25	24,0	8,0	119,71	7006,39	391,72	7,65	11125,52	9,64	2887,26	287,14	4,91	4119,0	7,11	93,97	
		28	24,0	8,0	133,12	7716,86	434,25	7,61	12243,84	9,59	3189,89	311,98	4,90	4527,0	7,23	104,50	
		30	24,0	8,0	141,96	8176,82	462,11	7,59	12964,66	9,56	3388,98	327,82	4,89	4788,0	7,31	111,44	
		35	24,0	8,0	163,71	9281,05	530,11	7,53	14682,73	9,47	3879,37	366,13	4,87	5401,68	7,53	128,51	

Приложение 3. Извлечение из межгосударственного стандарта ГОСТ 8510-86 «Уголки стальные горячекатаные равнополочные. Сортамент»

Условные обозначения:

B - ширина большей полки;

b - ширина меньшей полки;

t - толщина полки;

R - радиус внутреннего закругления;

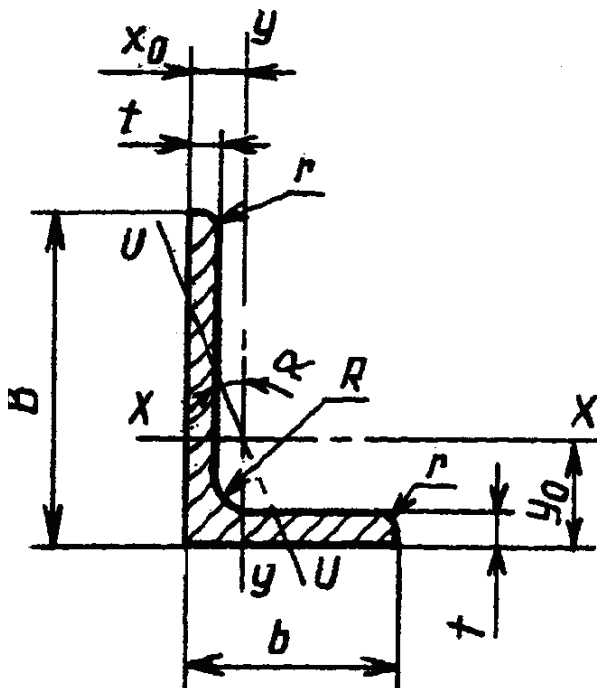
r - радиус закругления полок;

J - момент инерции;

i - радиус инерции;

X_0, Y_0 - расстояние от центра тяжести до наружных граней полок;

J_{xy} - центробежный момент инерции.



Номер уголка	мм				Пло- щадь попе- реч- ного сече- ния, см2	Справочные величины для осей										х, о см	у, о см	Jху, см4	Угол на- кло- на оси, tg α	Масса 1 м угол- ка, кг			
	В	b	t	R		x	x - x				y - y				u - u								
							Jx, см4	Wx, см3	ix, см	Jy, см4	Wy, см3	iy, см	Ju min, см4	Wu, см3	iu min, см								
2,5/1,6	25	16	3	3,5	1,2	1,16	0,70	0,43	0,78	0,22	0,19	0,44	0,13	0,16	0,34	0,42	0,86	0,22	0,392	0,91			
3/2*	30	20	3			1,43	1,27	0,62	0,94	0,45	0,30	0,56	0,26	0,25	0,43	0,51	1,0	0,43	0,427	1,12			
			4			1,86	1,61	0,82	0,93	0,56	0,39	0,55	0,34	0,32	0,43	0,54	1,04	0,54	0,421	1,46			
3,2/2	32	20	3			1,49	1,52	0,72	1,01	0,46	0,30	0,55	0,28	0,25	0,43	0,49	1,08	0,47	0,382	1,17			
			4			1,94	1,93	0,93	1,00	0,57	0,39	0,54	0,35	0,33	0,43	0,53	1,12	0,59	0,374	1,52			
4/2,5	40	25	3	4,0	1,3	1,89	3,06	1,14	1,27	0,93	0,49	0,70	0,56	0,41	0,54	0,59	1,32	0,96	0,385	1,48			
			4			2,47	3,93	1,49	1,26	1,18	0,63	0,69	0,71	0,52	0,54	0,63	1,37	1,22	0,281	1,94			
			5			3,03	4,73	1,82	1,25	1,41	0,77	0,68	0,86	0,64	0,53	0,66	1,41	1,44	0,374	2,37			
4/3*	40	30	4			2,67	4,18	1,54	1,25	2,01	0,91	0,87	1,09	0,75	0,64	0,78	1,28	1,68	0,544	2,26			
			5			3,28	5,04	1,88	1,24	2,41	1,11	0,86	1,33	0,91	0,64	0,82	1,32	2,00	0,539	2,46			
4,5/2,8	45	28	3	5,0	1,7	2,14	4,41	1,45	1,48	1,32	0,61	0,79	0,72	0,52	0,61	0,64	1,47	1,38	0,382	1,68			
			4			2,80	5,68	1,90	1,42	1,69	0,80	0,78	1,02	0,67	0,60	0,68	1,51	1,77	0,379	2,20			
5/3,2	50	32	3	5,5	1,8	2,42	6,18	1,82	1,60	1,99	0,81	0,91	1,18	0,68	0,70	0,72	1,60	2,01	0,403	1,9			
			4			3,17	7,98	2,38	1,59	2,56	1,05	0,90	1,52	0,88	0,69	0,76	1,65	2,59	0,401	2,4			
5,6/3,6	56	36	4	6,0	2,0	3,58	11,37	3,01	1,78	3,70	1,34	1,02	2,19	1,13	0,78	0,84	1,82	3,74	0,406	2,81			
			5			4,41	13,82	3,70	1,77	4,48	1,65	1,01	2,65	1,37	0,78	0,88	1,87	4,50	0,404	3,46			
6,3/4,0	63	40	4	7,0	2,3	4,04	16,33	3,83	2,01	5,16	1,67	1,13	3,07	1,41	0,87	0,91	2,03	5,25	0,397	3,17			
			5			4,98	19,91	4,72	2,00	6,26	2,05	1,12	3,73	1,72	0,86	0,95	2,08	6,41	0,396	3,91			
			6			5,90	23,31	5,58	1,99	7,29	2,42	1,11	4,36	2,02	0,86	0,99	2,12	7,44	0,393	4,63			
			8			7,68	29,60	7,22	1,96	9,15	3,12	1,09	5,58	2,60	0,85	1,07	2,20	9,27	0,386	6,03			
6,5/5*	65	50	5	6,0	2,0	5,56	23,41	5,20	2,05	12,08	3,23	1,47	6,41	2,68	1,07	1,26	2,00	9,77	0,576	4,36			
			6			6,60	27,46	6,16	2,04	14,12	3,82	1,46	7,52	3,15	1,07	1,30	2,04	11,46	0,575	5,18			
			7			7,62	31,32	7,08	2,03	16,05	4,38	1,45	8,60	3,59	1,06	1,34	2,08	12,94	0,571	5,98			
			8			8,62	35,00	7,99	2,02	18,88	4,93	1,44	9,65	4,02	1,06	1,37	2,12	13,61	0,570	6,77			
7/4,5	70	45	5	7,5	2,5	5,59	27,76	5,88	2,23	9,05	2,62	1,27	5,34	2,20	0,98	1,05	2,28	9,12	0,406	4,39			

Номер уголка	мм					Пло- щадь попе- реч- ного сече- ния, см2	Справочные величины для осей										Угол на- кло- на на оси, tg α	Масс 1 м кг			
	В	b	t	R	r		x - x					y - y							x, 0 см	y, 0 см	Jxy, см4
							Jx, см4	Wx, см3	ix, см	Jy, см4	Wy, см3	iy, см	Ju min, см4	Wu, см3	iu min, см						
7,5/5	75	50	5	8,0	2,7	6,11	34,81	6,81	2,39	12,47	3,25	1,43	7,24	2,73	1,09	1,17	2,39	12,00	0,436	4,79	
			6			7,25	40,92	8,08	2,38	14,60	3,85	1,42	8,48	3,21	1,08	1,21	2,44	14,10	0,435	5,69	
			7*			8,37	46,77	9,31	2,36	16,61	4,43	1,41	9,69	3,69	1,08	1,25	2,48	16,18	0,435	6,57	
			8			9,47	52,38	10,52	2,35	18,52	4,88	1,40	10,87	4,14	1,07	1,29	2,52	17,80	0,430	7,43	
8/5	80	50	5	8,0	2,7	6,36	41,64	7,71	2,56	12,68	3,28	1,41	7,57	2,75	1,00	1,13	2,60	13,20	0,387	4,49	
			6			7,55	48,98	9,15	2,55	14,85	3,88	1,40	8,88	3,24	1,08	1,17	2,65	15,50	0,386	5,92	
	8/6*	80	60	6		8,15	52,06	9,42	2,53	25,18	5,58	1,76	13,61	4,66	1,29	1,49	2,47	20,98	0,547	6,39	
			7			9,42	59,61	10,87	2,52	28,74	6,43	1,75	15,58	5,34	1,29	1,53	2,52	24,01	0,546	7,39	
			8			10,67	66,88	12,38	2,50	32,15	7,26	1,74	17,49	5,99	1,28	1,57	2,56	26,83	0,514	8,37	
9/5,6	90	56	5,5	9,0	3,0	7,86	65,28	10,74	2,88	19,67	4,53	1,58	11,77	3,81	1,22	1,26	2,92	20,54	0,384	6,17	
			6			8,54	70,58	11,66	2,88	21,22	4,91	1,58	12,70	4,12	1,22	1,28	2,95	22,23	0,384	6,70	
			8			11,18	90,87	15,24	2,85	27,08	6,39	1,56	16,29	5,32	1,21	1,36	3,04	28,33	0,380	8,77	
	10/6,3	100	63	6	10,0	3,3	9,58	98,29	14,52	3,20	30,58	6,27	1,79	18,20	5,27	1,38	1,42	3,23	31,50	0,393	7,53
			7			11,09	112,86	16,78	3,19	34,99	7,23	1,78	20,83	6,06	1,37	1,46	3,28	36,10	0,392	8,70	
			8			12,57	126,96	19,01	3,18	39,21	8,17	1,77	23,38	6,82	1,36	1,50	3,32	40,50	0,391	9,87	
			10			15,47	153,95	23,32	3,15	47,18	9,99	1,75	28,34	8,31	1,35	1,58	3,40	48,60	0,387	12,14	
10/6,5*	100	65	7			11,23	114,05	16,87	3,19	38,32	7,70	1,85	22,77	6,43	1,41	1,52	3,24	38,00	0,415	8,81	
			8			12,73	128,31	19,11	3,18	42,96	8,70	1,84	25,24	7,26	1,41	1,56	3,28	42,64	0,414	9,99	
			10			15,67	155,52	23,45	3,15	51,68	10,64	1,82	30,60	8,83	1,40	1,64	3,37	51,18	0,410	12,30	
11/7	110	70	6,5			11,45	142,42	19,11	3,53	45,61	8,42	2,00	26,94	7,05	1,53	1,58	3,55	46,80	0,402	8,98	
			8			13,93	171,54	23,22	3,51	54,64	10,20	1,98	32,31	8,50	1,52	1,64	3,61	55,90	0,400	10,93	
12,5/8	125	80	7	11,0	3,7	14,06	226,53	26,67	4,01	73,73	11,89	2,29	43,40	9,96	1,76	1,80	4,01	74,70	0,407	11,04	
			8			15,98	225,62	30,26	4,00	80,95	13,47	2,28	48,82	11,25	1,75	1,84	4,05	84,10	0,406	12,58	
			10			19,70	311,61	37,27	3,98	100,47	16,52	2,26	59,33	13,74	1,74	1,92	4,14	102,00	0,404	15,47	
			12			23,36	364,79	44,07	3,95	116,84	19,46	2,24	69,47	16,11	1,72	2,00	4,22	118,00	0,400	18,34	
14/9	140	90	8	12,0	4,0	18,00	363,68	38,25	4,49	119,79	17,19	2,58	70,27	14,39	1,58	2,03	4,49	121,00	0,411	14,13	
			10			22,24	444,45	47,19	4,47	145,54	21,14	2,58	85,51	17,58	1,96	2,12	4,58	147,00	0,409	17,46	

Номер уголка	мм					Пло- щадь попе- реч- ного сече- ния, см2	Справочные величины для осей										Угол на- клона на оси, tg α	Масса 1 м угол- ка, кг		
	В	b	t	R	r		x - x			y - y			u - u							
							Jx, см4	Wx, см3	ix, см	Jy, см4	Wy, см3	iy, см	Ju min, см4	Wu, см3	iu min, см					
16/10	160	100	9	13,0	4,3	22,87	605,97	56,04	5,15	186,03	23,96	2,85	110,40	20,01	2,20	2,24	5,19	194,00	0,391	17,96
			10			25,28	666,59	61,91	5,13	204,09	26,42	2,84	121,16	22,02	2,19	2,28	5,23	213,00	0,390	19,85
			12			30,04	784,22	73,42	5,11	238,75	31,23	2,82	142,14	25,93	2,18	2,36	5,32	249,00	0,388	23,58
			14			34,72	897,19	84,65	5,08	271,60	35,89	2,80	162,49	29,75	2,16	2,43	5,40	282,00	0,385	27,26
18/11	180	110	10	14,0	4,7	28,33	952,28	78,59	5,80	276,37	32,27	3,12	165,44	26,96	2,42	2,44	5,88	295,00	0,376	22,20
			12			33,69	1122,56	93,33	5,77	324,09	38,20	3,10	194,28	31,83	2,40	2,52	5,97	348,00	0,374	26,40
	20/12,5	200	125	11		34,87	1449,02	107,31	6,45	446,36	45,98	3,58	263,84	38,27	2,75	2,79	6,50	465,00	0,392	27,37
			12			37,89	1568,19	116,51	6,43	481,93	49,85	3,57	285,04	41,45	2,74	2,83	6,54	503,00	0,392	29,74
			14			43,87	1800,83	134,64	6,41	550,77	57,43	3,54	326,54	47,57	2,73	2,91	6,62	575,00	0,390	34,43
			16			49,77	2026,08	152,41	6,38	616,66	64,83	3,52	366,99	53,56	2,72	2,99	6,71	643,00	0,388	39,07

Приложение 4. Извлечение из межгосударственного стандарта ГОСТ 8240-97 «Швеллеры стальные горячекатаные. Сортамент»

2.1 По форме и размерам швеллеры изготавливают следующих серий:

- У - с уклоном внутренних граней полок;
- П - с параллельными гранями полок;
- Э - экономичные с параллельными гранями полок;
- Л - легкой серии с параллельными гранями полок;
- С - специальные.

Условные обозначения величин, характеризующих свойства швеллера:

- h** - высота (швеллера);
- b** - ширина полки;
- s** - толщина стенки;
- t** - толщина полки;
- R** - радиус внутреннего закругления;
- r** - радиус закругления полки;
- X_0 - расстояние от оси Y-Y до наружной грани стенки;
- Δ - перекося полки;
- f** - прогиб стенки по высоте сечения профиля;
- F** - площадь поперечного сечения;
- I** - момент инерции;
- W** - момент сопротивления;
- i** - радиус инерции;
- S_x - статический момент полусечения.

2.2 Поперечное сечение швеллеров серий У, С должно соответствовать приведённому на рисунке 1, серий П, Э, Л - на рисунке 2.

2.3 Размеры швеллеров, площадь поперечного сечения, масса 1 м и справочные значения для осей должны соответствовать приведённым в таблицах 1-5.

2.3.1 Площадь поперечного сечения и масса 1 м швеллера вычислены по номинальным размерам, плотность стали принята равной $7,85 \text{ г/см}^3$.

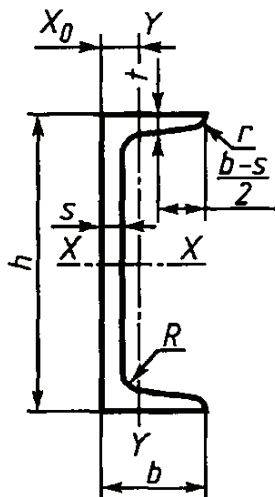


Рисунок 1

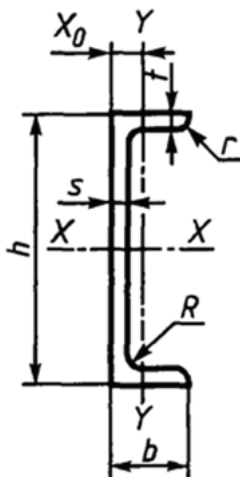


Рисунок 2

Таблица 1 - Швеллеры с уклоном внутренних граней полок

Номер швеллера серии у	h	b	s	t	R	г не более	Площадь поперечного сечения F, см²	Масса 1м, кг	Справочные значения для осей							X ₀ , см			
									X-X								Y-Y		
									I _x , см4	W _x , см3	i _x , см	S _x , см3	I _y , см4	W _y , см3	i _y , см				
5У	50	32	4,4	7,0	6,0	2,5	6,16	4,84	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16			
6,5У	65	36	4,4	7,2	6,0	2,5	7,51	5,90	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24			
8У	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	7,05	89,4	22,4	3,16	13,30	12,80	4,75	1,19	1,31			
10У	100	46	4,5	7,6	7,0	3,0	10,90	8,59	174,0	34,8	3,99	20,40	20,40	6,46	1,37	1,44			
12У	120	52	4,8	7,8	7,5	3,0	13,30	10,40	304,0	50,6	4,78	29,60	31,20	8,52	1,53	1,54			
14У	140	58	4,9	8,1	8,0	3,0	15,60	12,30	491,0	70,2	5,60	40,80	45,40	11,00	1,70	1,67			
16У	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,10	14,20	747,0	93,4	6,42	54,10	63,30	13,80	1,87	1,80			
16аУ	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,50	15,30	823,0	103,0	6,49	59,40	78,80	16,40	2,01	2,00			
18У	180	70	5,1	8,7	9,0	3,5	20,70	16,30	1090,0	121,0	7,24	69,80	86,00	17,00	2,04	1,94			
18аУ	180	74	5,1	9,3	9,0	3,5	22,20	17,40	1190,0	132,0	7,32	76,10	105,00	20,00	2,18	2,13			
20У	200	76	5,2	9,0	9,5	4,0	23,40	18,40	1520,0	152,0	8,07	87,80	113,00	20,50	2,20	2,07			
22У	220	82	5,4	9,5	10,0	4,0	26,70	21,00	2110,0	192,0	8,89	110,00	151,00	25,10	2,37	2,21			
24У	240	90	5,6	10,0	10,5	4,0	30,60	24,00	2900,0	242,0	9,73	139,00	208,00	31,60	2,60	2,42			
27У	270	95	6,0	10,5	11,0	4,5	35,20	27,70	4160,0	308,0	10,90	178,00	262,00	37,30	2,73	2,47			
30У	300	100	6,5	11,0	12,0	5,0	40,50	31,80	5810,0	387,0	12,00	224,00	327,00	43,60	2,84	2,52			
33У	330	105	7,0	11,7	13,0	5,0	46,50	36,50	7980,0	484,0	13,10	281,00	410,00	51,80	2,97	2,59			
36У	360	110	7,5	12,6	14,0	6,0	53,40	41,90	10820,0	601,0	14,20	350,00	513,00	61,70	3,10	2,68			
40У	400	115	8,0	13,5	15,0	6,0	61,50	48,30	15220,0	761,0	15,70	444,00	642,00	73,40	3,23	2,75			

Таблица 2 - Швеллеры с параллельными гранями полок

Номер швел- лера серии П	h	b	s	t	R	r не более	Площадь попе- речного сечения F, см ²	Масса 1м, кг	Справочные значения для осей							X ₀ , см		
									X-X								Y-Y	
									I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	I _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см			
5П	50	32	4,4	7,0	6,0	3,5	6,16	4,84	22,8	9,1	1,92	5,61	5,95	2,99	0,98	1,21		
6,5П	65	36	4,4	7,2	6,0	3,5	7,51	5,90	48,8	15,0	2,55	9,02	9,35	4,06	1,12	1,29		
8П	80	40	4,5	7,4	6,5	3,5	8,98	7,05	89,8	22,5	3,16	13,30	13,90	5,31	1,24	1,38		
10П	100	46	4,5	7,6	7,0	4,0	10,90	8,59	175,0	34,9	3,99	20,50	22,60	7,37	1,44	1,53		
12П	120	52	4,8	7,8	7,5	4,5	13,30	10,40	305,0	50,8	4,79	29,70	34,90	9,84	1,62	1,66		
14П	140	58	4,9	8,1	8,0	4,5	15,60	12,30	493,0	70,4	5,61	40,90	51,50	12,90	1,81	1,82		
16П	160	64	5,0	8,4	8,5	5,0	18,10	14,20	750,0	93,8	6,44	54,30	72,80	16,40	2,00	1,97		
16аП	160	68	5,0	9,0	8,5	5,0	19,50	15,30	827,0	103,0	6,51	59,50	90,50	19,60	2,15	2,19		
18П	180	70	5,1	8,7	9,0	5,0	20,70	16,30	1090,0	121,0	7,26	70,00	100,00	20,60	2,20	2,14		
18аП	180	74	5,1	9,3	9,0	5,0	22,20	17,40	1200,0	133,0	7,34	76,30	123,00	24,30	2,35	2,36		
20П	200	76	5,2	9,0	9,5	5,5	23,40	18,40	1530,0	153,0	8,08	88,00	134,00	25,20	2,39	2,30		
22П	220	82	5,4	9,5	10,0	6,0	26,70	21,00	2120,0	193,0	8,90	111,00	178,00	31,00	2,58	2,47		
24П	240	90	5,6	10,0	10,5	6,0	30,60	24,00	2910,0	243,0	9,75	139,00	248,00	39,50	2,85	2,72		
27П	270	95	6,0	10,5	11,0	6,5	35,20	27,70	4180,0	310,0	10,90	178,00	314,00	46,70	2,99	2,78		
30П	300	100	6,5	11,0	12,0	7,0	40,50	31,80	5830,0	389,0	12,00	224,00	393,00	54,80	3,12	2,83		
33П	330	105	7,0	11,7	13,0	7,5	46,50	36,50	8010,0	486,0	13,10	281,00	491,00	64,60	3,25	2,90		
36П	360	110	7,5	12,6	14,0	8,5	53,40	41,90	10850,0	603,0	14,30	350,00	611,00	76,30	3,38	2,99		
40П	400	115	8,0	13,5	15,0	9,0	61,50	48,30	15260,0	763,0	15,80	445,00	760,00	89,90	3,51	3,05		

Таблица 3 - Швеллеры экономичные с параллельными гранями полок

Номер швеллера серии Э	h	b	s	t	R	r не более	Площадь поперечного сечения F, см²	Масса 1м, кг	Справочные значения для осей							X ₀ , см
									X-X				Y-Y			
									I _x , см4	W _x , см3	i _x , см	S _x , см3	I _y , см4	W _y , см3	i _y , см	
5Э	50	32	4,2	7,0	6,5	2,5	6,10	4,79	22,9	9,17	1,94	5,62	6,02	3,05	0,993	1,23
6,5Э	65	36	4,2	7,2	6,5	2,5	7,41	5,82	48,9	15,05	2,57	9,02	9,42	4,13	1,127	1,32
8Э	80	40	4,2	7,4	7,5	2,5	8,82	6,92	90,0	22,50	3,19	13,31	13,93	5,38	1,257	1,41
10Э	100	46	4,2	7,6	9,0	3,0	10,79	8,47	175,9	35,17	4,04	20,55	22,68	7,47	1,450	1,56
12Э	120	52	4,5	7,8	9,5	3,0	13,09	10,24	307,0	51,17	4,84	29,75	35,12	10,03	1,638	1,70
14Э	140	58	4,6	8,1	10,0	3,0	15,41	12,15	495,7	70,81	5,67	40,96	51,76	13,13	1,833	1,86
16Э	160	64	4,7	8,4	11,0	3,5	17,85	14,01	755,5	94,43	6,50	54,41	73,17	16,70	2,024	2,02
18Э	180	70	4,8	8,7	11,5	3,5	20,40	16,01	1097,9	121,99	7,34	70,05	100,51	20,87	2,219	2,18
20Э	200	76	4,9	9,0	12,0	4,0	23,02	18,07	1537,1	153,71	8,17	88,03	134,07	25,54	2,413	2,35
22Э	220	82	5,1	9,5	13,0	4,0	26,36	20,69	2134,2	194,02	9,00	111,00	179,05	31,54	2,606	2,52
24Э	240	90	5,3	10,0	13,0	4,0	30,19	23,69	2927,0	243,92	9,85	139,08	249,03	40,07	2,872	2,78
27Э	270	95	5,8	10,5	13,0	4,5	34,87	27,37	4200,2	311,12	10,97	178,25	316,24	47,43	3,011	2,83
30Э	300	100	6,3	11,0	13,0	5,0	39,94	31,35	5837,1	389,14	12,09	224,00	395,57	55,58	3,147	2,38
33Э	330	105	6,9	11,7	13,0	5,0	46,15	36,14	8021,8	488,17	13,18	281,23	497,02	65,78	3,282	2,94
36Э	360	110	7,4	12,6	14,0	6,0	52,90	41,53	10864,5	603,58	14,33	350,05	618,92	77,76	3,420	3,04
40Э	400	115	7,9	13,5	15,5	6,0	61,11	47,97	15307,9	765,40	15,83	445,41	770,89	91,80	3,552	3,10

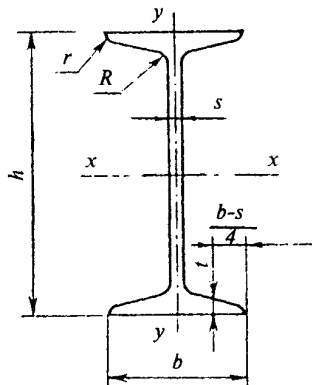
Таблица 4 - Швеллеры легкой серии с параллельными гранями полок

Номер швеллера серии Л	h	b	s	t	R	r не более	Площадь поперечного сечения F, см ²	Масса l м, кг	Справочные значения для осей							X ₀ , см
									X-X				Y-Y			
									I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	I _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см	
12Л	120	30	3,0	4,8	7	-	6,39	5,02	135,26	22,54	4,60	13,43	5,02	2,24	0,89	0,76
14Л	140	32	3,2	5,6	7	-	7,57	5,94	212,94	30,42	5,31	18,23	6,55	2,70	0,93	0,78
16Л	160	35	3,4	5,3	8	-	9,04	7,10	331,96	41,49	6,06	24,84	9,23	3,46	1,01	0,83
18Л	180	40	3,6	5,6	8	-	10,81	8,49	503,87	55,98	6,83	33,49	14,64	4,10	1,16	0,94
20Л	200	45	3,8	6,0	9	-	12,89	10,12	748,17	74,82	7,62	44,59	22,37	6,51	1,32	1,06
22Л	220	50	4,0	6,4	10	-	15,11	11,86	1070,97	97,36	8,42	57,82	32,85	8,61	1,47	1,19
24Л	240	55	4,2	6,8	10	-	17,41	13,66	1476,39	123,03	9,21	72,90	46,25	11,04	1,63	1,31
27Л	270	60	4,5	7,3	11	-	20,77	16,30	2218,16	164,31	10,33	97,48	65,10	14,17	1,77	1,40
30Л	300	65	4,8	7,8	11	-	24,30	19,07	3186,74	212,45	11,45	126,24	89,08	17,84	1,91	1,51

Таблица 5 - Швеллеры специальные

Номер швеллера серии С	h	b	s	t	R	г не более	Площадь поперечного сечения F, см ²	Масса 1м, кг	Справочные значения для осей						X ₀ , см
									X-X			Y-Y			
									I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	I _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см	
8С80	45	5,5	9,0	9,0	1,5	6	11,80	9,26	115,82	28,95	3,13	22,24	7,63	1,38	1,57
14С	140	58	6,0	9,5	9,5	4,75	-	18,51	14,53	563,70	80,50	5,52	53,20	13,01	1,70
14Ca	140	60	8,0	9,5	9,5	5,0	10	21,30	16,72	609,10	87,01	5,35	61,02	14,09	1,69
16С	160	63	6,5	10,0	10,0	5,0	-	21,95	17,53	866,20	108,30	6,28	73,30	16,30	1,83
16Ca	160	65	8,5	10,0	10,0	5,0	-	25,15	19,74	934,50	116,80	6,10	83,40	17,55	1,82
18С	180	68	7,0	10,5	10,5	5,3	-	25,70	20,20	1272,00	141,00	7,04	98,50	20,10	1,96
18Ca	180	70	9,0	10,5	10,5	5,3	-	29,30	23,00	1370,00	152,00	6,84	111,00	21,30	1,95
18С6	180	100	8,0	10,5	10,5	5,0	6	34,04	26,72	1791,01	199,00	7,25	305,48	43,58	3,00
20С	200	73	7,0	11,0	11,0	5,5	10	28,83	22,63	1780,37	178,04	7,86	128,04	24,19	2,11
20Ca	200	75	9,0	11,0	11,0	5,5	10	32,83	25,77	1913,71	191,37	7,64	143,63	25,88	2,09
20С6	200	100	8,0	11,0	11,0	5,5	6	36,58	28,71	2360,88	236,09	8,03	327,23	46,30	2,99
24С	240	85	9,5	14,0	14,0	7,0	-	44,46	34,90	3841,35	320,11	9,29	268,89	43,70	2,46
26С	260	65	10,0	16,0	15,0	3,0	-	44,09	34,61	4088,00	314,50	9,63	115,60	171,60	5,03
26Ca	260	90	10,0	15,0	15,0	7,5	8	50,60	39,72	5130,83	394,68	10,07	343,15	52,62	2,60
30С	300	85	7,5	13,5	13,5	7,0	10	43,88	34,44	6045,43	403,03	11,74	260,74	41,41	2,44
30Ca	300	87	9,5	13,5	13,5	7,0	10	49,88	39,15	6495,43	433,03	11,41	288,78	43,93	2,41
30С6	300	89	11,5	13,5	13,5	7,0	10	55,88	43,86	6945,43	463,03	11,15	315,35	46,29	2,38

**Приложение 5. Извлечение из Государственный стандарт
Союза ССР ГОСТ 8239-89 (СТ СЭВ 2209-80)
«Двутавры стальные горячекатаные. Сортамент»**



h — высота двутавра; b — ширина полки; s — толщина стенки; t — средняя толщина полки; R — радиус внутреннего закругления; r — радиус закругления полки

Черт. 1

Номер дугав- ра	h	b	s	t	R	r не более	мм	Площадь попе- речного сечения F, см ²	Масса 1м, кг	Справочные значения для осей						
										X-X				Y-Y		
										I_x, см4	W_x, см3	i_x, см	S_x, см2	I_y, см4	W_y, см3	i_y, см
10	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5		12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0		14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0		17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5		20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5		23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0		26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0		30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0		34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5		40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0		46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0		53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0		61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0		72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0		84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0		100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0		118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0		138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

Приложение 6. Межгосударственный стандарт ГОСТ 24454-80 «Пиломатериалы хвойных пород. Размеры»

2. Номинальные размеры толщины и ширины обрезных пиломатериалов с параллельными кромками и толщины необрезных и обрезных пиломатериалов с непараллельными кромками должны соответствовать указанным в таблице.

Номинальные размеры толщины и ширины

16	75	100	125	150	-	-	-	-	-
19	75	100	125	150	175	-	-	-	-
22	75	100	125	150	175	200	225	-	-
25	75	100	125	150	175	200	225	250	275
32	75	100	125	150	175	200	225	250	275
40	75	100	125	150	175	200	225	250	275
44	75	100	125	150	175	200	225	250	275
50	75	100	125	150	175	200	225	250	275
60	75	100	125	150	175	200	225	250	275
75	75	100	125	150	175	200	225	250	275
100	-	100	125	150	175	200	225	250	275
125	-	-	125	150	175	200	225	250	-
150	-	-	-	150	175	200	225	250	-
175	-	-	-	-	175	200	225	250	-
200	-	-	-	-	-	200	225	250	-
250	-	-	-	-	-	-	-	250	-

Примечание. По требованию потребителя допускается изготавливать пиломатериалы с размерами, не указанными в таблице.

4. Пиломатериалы должны также изготавливаться со следующими размерами поперечных сечений:

Для экспорта - 63х160; 90х90; 90х125; 50х300; 63х300; 75х300; 100х300 мм. По согласованию с потребителем пиломатериалы указанных поперечных сечений могут изготавливаться для внутреннего рынка;

Приложение 7. Таблица к определению коэффициента продольного изгиба.

Гиб- кость λ	Сталь с расчётным сопротивлением по пределу текучести R, МПа							Чугун марки СЧ	Сосна
	200	240	280	320	360	400	440		
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	0,988	0,987	0,985	0,984	0,983	0,982	0,981	0,970	0,992
20	0,967	0,962	0,959	0,955	0,952	0,949	0,946	0,910	0,968
30	0,939	0,931	0,924	0,917	0,911	0,905	0,900	0,810	0,928
40	0,906	0,894	0,883	0,873	0,863	0,854	0,846	0,690	0,872
50	0,869	0,852	0,836	0,822	0,809	0,796	0,785	0,570	0,800
60	0,827	0,805	0,785	0,766	0,749	0,721	0,696	0,440	0,712
70	0,782	0,754	0,724	0,687	0,654	0,623	0,595	0,340	0,612
80	0,734	0,686	0,641	0,602	0,566	0,532	0,501	0,260	0,469
90	0,665	0,612	0,565	0,522	0,483	0,447	0,413	0,200	0,370
100	0,599	0,542	0,493	0,448	0,408	0,369	0,335	0,160	0,300
110	0,537	0,478	0,427	0,381	0,338	0,306	0,280	—	0,248
120	0,479	0,419	0,366	0,321	0,287	0,260	0,237	—	0,208
130	0,425	0,364	0,313	0,276	0,247	0,223	0,204	—	0,178
140	0,376	0,315	0,272	0,240	0,215	0,195	0,178	—	0,153
150	0,328	0,276	0,239	0,211	0,189	0,171	0,157	—	0,133
160	0,290	0,244	0,212	0,187	0,167	0,152	0,139	—	0,117
170	0,259	0,218	0,189	0,167	0,150	0,136	0,125	—	0,104
180	0,233	0,196	0,170	0,150	0,135	0,123	0,112	—	0,093
190	0,210	0,177	0,154	0,136	0,122	0,111	0,102	—	0,083
200	0,191	0,161	0,140	0,124	0,111	0,101	0,093	—	0,075
210	0,174	0,147	0,128	0,113	0,102	0,093	0,085	—	0,068
220	0,160	0,135	0,118	0,104	0,094	0,086	0,077	—	0,062

К.А.ЦВЕТКОВ

**ПРОСТЫЕ ВИДЫ
СОПРОТИВЛЕНИЯ СТЕРЖНЯ**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЁТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ
РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ»**

Учебное издание

Отпечатано в типографии «ВАШ ФОРМАТ»
г. Москва, ул. Донская, 32.
+7 (495) 749-45-84
www.kniga-premium.ru

